

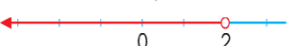
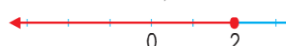
Intervalos

Un intervalo de la recta es un segmento o una semirrecta.

Los segmentos corresponden a los números reales comprendidos entre otros dos.

Las semirrectas son todos los números reales mayores o menores que un número dado.

Hay ocho tipos de intervalos:

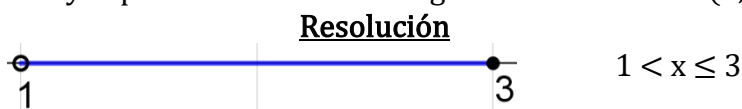
Intervalo abierto (a, b)  $[-1, 3] \Rightarrow -1 < x < 3$	Intervalo cerrado $[a, b]$  $[-1, 3] \Rightarrow -1 \leq x \leq 3$	Semirrecta abierta positiva $[a, \infty)$  $[2, \infty) \Rightarrow x > 2$	Semirrecta cerrada positiva $[a, \infty)$  $[2, \infty) \Rightarrow x \geq 2$
Intervalo abierto por la izquierda $[a, b]$  $[-1, 3] \Rightarrow -1 < x \leq 3$	Intervalo abierto por la derecha $[a, b]$  $[-1, 3] \Rightarrow -1 \leq x < 3$	Semirrecta abierta negativa $(-\infty, a]$  $(-\infty, 2] \Rightarrow x < 2$	Semirrecta cerrada negativa $(-\infty, a]$  $[-1, 2] \Rightarrow x \leq 2$

Los signos $\leq$ y $\geq$ nos indican que el extremo está incluido (intervalo cerrado) y los signos $<$ y $>$ que no está incluido (intervalo abierto)

Los corchetes nos indican que el extremo está incluido (intervalo cerrado) y los paréntesis que no está incluido (intervalo abierto)

Actividades resueltas

1) Representa en la recta real y expresa en forma de desigualdad el intervalo $(1, 3]$



2) Resuelve las siguientes cuestiones:

a) ¿Pertenece el número -5 al intervalo $[-4, 1]$? **Resolución** No, porque -5 no está entre -4 y 1

b) ¿Cuántos números enteros hay en el intervalo $(-5, -3]$? **Resolución** Dos, -4 y -3

c) ¿Cuántos números reales tiene el intervalo $(6, 7)$? **Resolución** Infinitos

d) ¿Cuál de las siguientes semirrectas contiene al número -3 : $[-3, \infty)$ ó $(-3, \infty)$? **Resolución** $[-3, \infty)$

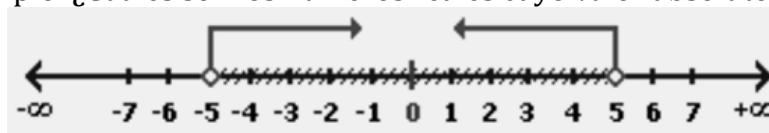
3) Completar el siguiente cuadro

Intervalo o semirrecta	Enunciado	Desigualdad	Representación gráfica
$[1, +\infty)$	Números reales mayores o iguales a 1	$x \geq 1$	$1 \text{-----} \rightarrow$ 1
$(-\infty, -5)$	Números reales menores que -5	$x < -5$	
$[-1, 5)$	Números reales mayores o iguales que -1 y menores que 5	$x \geq 1$	
$[-1, 0]$	Números reales mayores o iguales que -1 y menores o iguales que 0	$\{x \in \mathbb{R} / -1 \leq x \leq 0\}$	$1 \text{-----} 1$ -1 0
$(2, 5]$	Números reales mayores que 2 y menores o iguales que 5	$2 < x \leq 5$	$0 \text{-----} 1$ 2 5
$(-\infty, 6]$	Números reales menores o iguales que 6	$\{x \in \mathbb{R} / x \leq 6\}$	$\leftarrow \text{-----} 1$ 6

Intervalos en forma de valor absoluto

(A) Números cuyo valor absoluto es menor que otro dado:

Empecemos con un ejemplo: ¿Cuáles son los números reales cuyo valor absoluto es menor que 5?



Observamos que son todos los números comprendidos entre -5 y 5:

$$|x| < 5 \Leftrightarrow -5 < x < 5 \Leftrightarrow (-5, 5)$$

$$\text{En general, } |x| < a \Leftrightarrow -a < x < a \Leftrightarrow (-a, a)$$

(B) Números cuyo valor absoluto es mayor que otro dado:

Veamos ahora: ¿cuáles son los números reales cuyo valor absoluto es mayor que 5?

Lógicamente, serían los que no están entre -5 y 5. Es decir, los mayores que 5 junto con los menores que -5

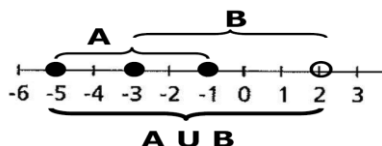
$$|x| > 5 \Leftrightarrow \begin{cases} x > 5 \\ \text{ó} \\ x < -5 \end{cases} \Leftrightarrow (-\infty, -5) \cup (5, \infty). \text{ En general, } |x| > a \Leftrightarrow \begin{cases} x > a \\ \text{ó} \\ x < -a \end{cases} \Leftrightarrow (-\infty, -a) \cup (a, \infty)$$

El símbolo U significa unión ó junto con

Unión de intervalos

Es el conjunto formado por todos los puntos de ambos intervalos. La unión de dos intervalos A y B se representa por $A \cup B$ y se lee "A unión con B"

Ejemplo: Si $A = [-5, -1]$, $B = [-3, 2)$

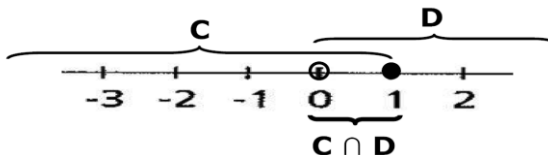


$$A \cup B = [-5, 2)$$

Intersección de intervalos

Es el conjunto formado por los puntos comunes a los intervalos. La intersección de dos intervalos A y B se representa por $A \cap B$ y se lee "A intersección con B"

Ejemplo: Si $C = (-\infty, 1]$, $D = (0, \infty)$

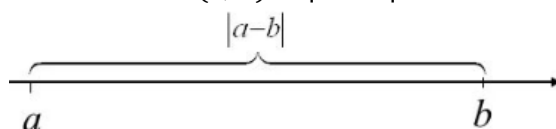


$$C \cap D = (0, 1]$$

Entorno de un punto

Veamos primero cómo se calcula la distancia entre dos números a y b, que se escribe $d(a, b)$:

$$d(a, b) = |a - b|$$

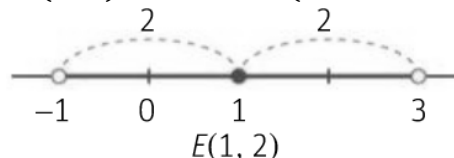


Ejemplo: La distancia entre -5 y 4 es $d(-5, 4) = |-5 - 4| = |-9| = 9$ unidades

Sea un intervalo (a, b) , $m = \frac{a+b}{2}$ su punto medio y $r = \frac{d(a,b)}{2} = \frac{b-a}{2}$ su radio

Se llama entorno de centro m y radio r y se representa por $E(m, r)$ al intervalo $(m - r, m + r)$

Ejemplo: $E(1, 2) = (1 - 2, 1 + 2) = (-1, 3)$



Actividades resueltas

1) Resuelve las siguientes cuestiones:

a) Los números x tales que $-2 < x \leq 1$ corresponden al intervalo **Resolución** $(-2, 1]$

b) El intervalo $[9, \infty)$ corresponde a la expresión (selecciona)

- 1) $-9 \leq x$ 2) $-9 > x$ 3) $9 > x$ 4) $9 \leq x$

Resolución La opción 4)

c) $(-\infty, -1) \cup [-5, \infty)$ corresponde al intervalo ... **Resolución** R

d) $(-\infty, -1) \cap [-5, \infty)$ corresponde al intervalo ... **Resolución** $[-5, -1)$

e) Expresa en forma de unión de intervalos $\{x \in \mathbb{R} / |x| \geq 4\}$ **Resolución** $(-\infty, -4] \cup [4, \infty)$

2) Dados los intervalos: $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq 5\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x < 7\}$; $C: (-\infty, 1]$; $D = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\}$

a) Exprésalos de todas las formas posibles

b) Determina $A \cup B$ y $C \cap D$

Resolución

a) $A: -5 \leq x \leq 5 \rightarrow [-5, 5]$ $B: [-3, 7)$ $C: (-\infty, 1] \rightarrow x \leq 1$ $D: (0, \infty)$

b) $A \cup B = [-5, 7)$ $C \cap D = (0, 1]$

3) Sean $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq 5\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / 3 \leq x < 7\}$ $C = (-\infty, 1]$ $D = (-4, 10]$ $E = \{x \in \mathbb{R} / x > 0\}$

a) Exprésalos de todas las formas posibles

b) Determina $A \cup B$ c) Determina $C \cap D$

Resolución

a) $A = [-5, 5] \rightarrow -5 \leq x \leq 5$ $B = [3, 7)$ $C \rightarrow x \leq 1$ $D \rightarrow -4 < x \leq 10$ $E = (0, \infty)$ b) $(-5, 7]$ c) $(-4, 1]$

4) Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 6\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / x \leq 2\}$ representa de todas las formas posibles los conjuntos A , B , $A \cup B$ y $A \cap B$

Resolución

$A: -6 < x < 6$; $(-6, 6)$ $B: (-\infty, 2]$ $A \cup B = (-\infty, 6)$, $x < 6$ $A \cap B = (-6, 2]$, $-6 < x \leq 2$

5) Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| \leq 9\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / x < 5\}$ representa de todas las formas posibles los conjuntos A , B , $A \cup B$ y $A \cap B$

Resolución

$A: -9 \leq x \leq 9$; $[-9, 9]$ $B: (-\infty, 5)$ $A \cup B = (-\infty, 9]$, $x \leq 9$ $A \cap B = [-9, 5)$, $-9 \leq x < 5$

6) Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 4\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / x \geq -3\}$ representa de todas las formas posibles los conjuntos A , B , $A \cup B$ y $A \cap B$

Resolución

$A: -4 < x < 4$; $(-4, 4)$ $B: [-3, \infty)$ $A \cup B = (-4, \infty)$, $x > -4$ $A \cap B = [-3, 4)$, $-3 \leq x < 4$

7) Dados los conjuntos $A = \{x \in \mathbb{R} / |x| < 7\}$ $B = \{x \in \mathbb{R} / x \leq -2\}$ representa de todas las formas posibles los conjuntos A , B , $A \cup B$ y $A \cap B$

Resolución

$A: -7 < x < 7$; $(-7, 7)$ $B: (-\infty, -2]$ $A \cup B = (-\infty, 7)$, $x < 7$ $A \cap B = (-7, -2]$, $-7 < x \leq -2$

8) Calcula la unión e intersección de los intervalos A y B en los casos:

a) $A = (-3, 5)$ $B: 1 \leq x \leq 7$ b) $A = (-5, \infty)$ $B = (-\infty, 0]$

c) $A = [3, \infty)$ $B = (5, \infty)$ d) $A = [3, \infty)$ $B = (-\infty, 3]$

Resolución

a) $A \cup B = (-3, 7]$ $A \cap B = [1, 5)$ b) $A \cup B = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$ $A \cap B = (-5, 0]$

c) $A \cup B = [3, +\infty) = \mathbb{R}$ $A \cap B = (5, +\infty)$ d) $A \cup B = (-\infty, +\infty) = \mathbb{R}$ $A \cap B = \{3\}$