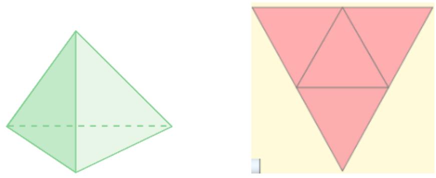
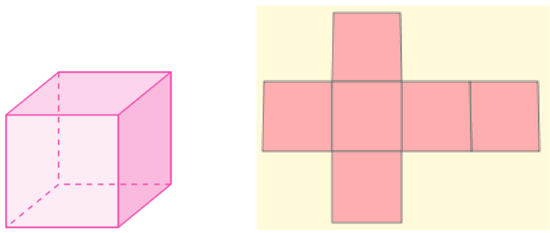
ÁREA DE LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

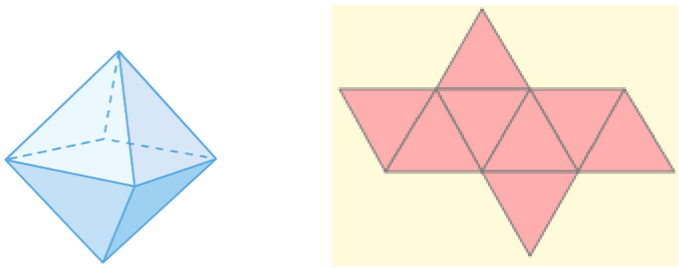
Desarrollo plano de un cuerpo

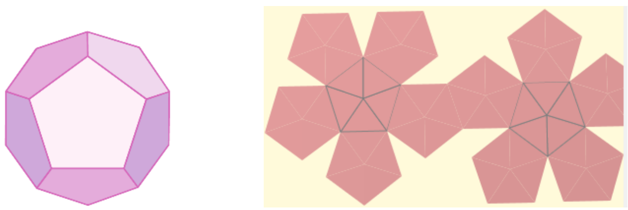
Es la figura plana que se obtiene cuando se extienden todas sus caras sobre un plano.

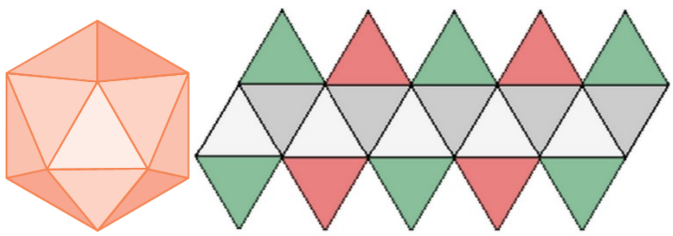
Por ejemplo, el desarrollo plano de los poliedros regulares es el siguiente:





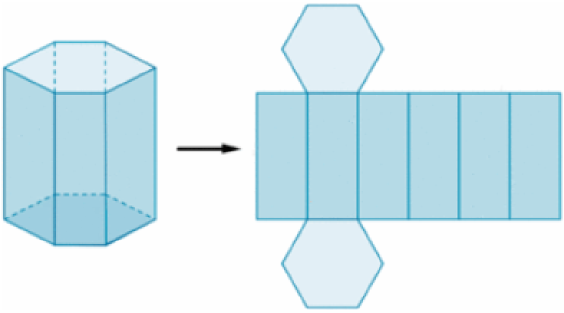






El área de un cuerpo geométrico es la medida de su superficie exterior. En un poliedro el área es la suma de las áreas de todas sus caras.

Área de un prisma recto

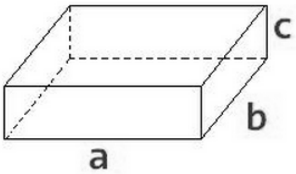


$$\boxed{A(\text{prisma}) = 2\,A(\text{base}) + A(\text{lateral})}$$

$A(\text{lateral})$ = suma de las áreas de las caras laterales

Área del ortoedro y del cubo

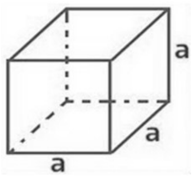
Ortoedro



$$A(\text{ortoedro}) = ab.2 + ac.2 + bc.2$$

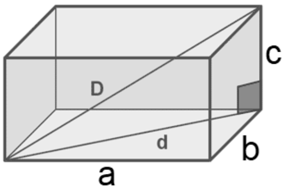
$$\boxed{A(\text{ortoedro}) = 2(ab + ac + bc)}$$

Cubo



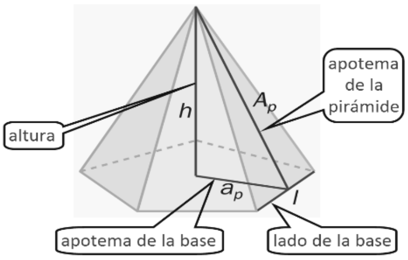
$$\boxed{A(\text{cubo}) = 6a^2}$$

Teorema de Pitágoras en el espacio



$$D^2 = d^2 + c^2 = a^2 + b^2 + c^2$$

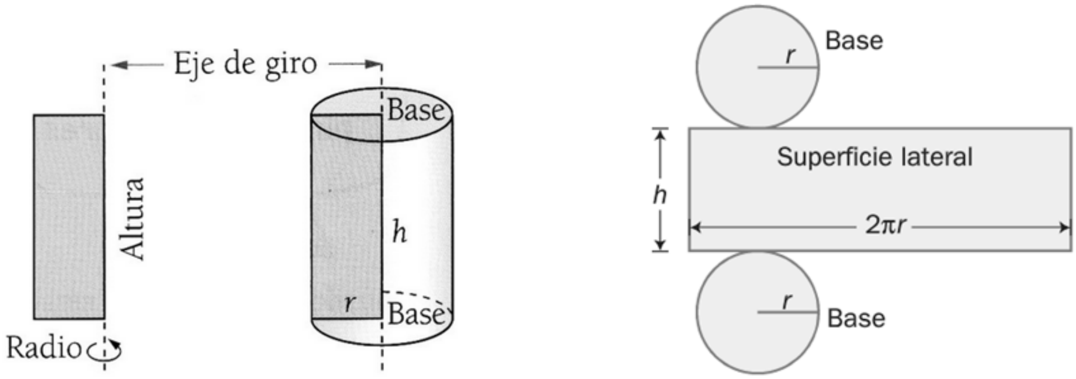
Área de una pirámide regular



Por T. Pitágoras: $A_p^2 = a_p^2 + h^2$

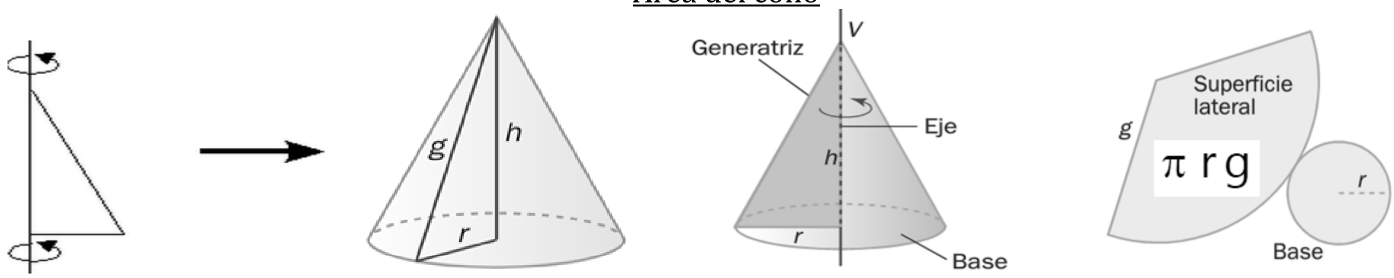
$$A(\text{pirámide regular}) = A(\text{base}) + A(\text{lateral}) \Rightarrow \boxed{A = A_B + A_L}$$

Área del cilindro recto



$$A(\text{cilindro}) = 2A(\text{base}) + A(\text{lateral}) = 2\pi r^2 + 2\pi rh \Rightarrow \boxed{A(\text{cilindro}) = 2\pi r(r+h)}$$

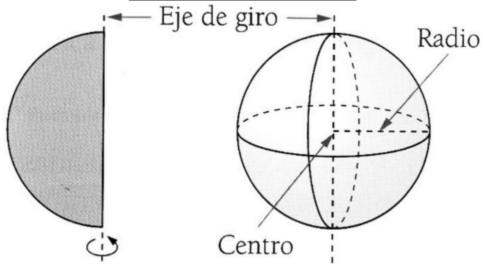
Área del cono



Por el T. de Pitágoras: $g^2 = r^2 + h^2$

$$A(\text{cono}) = A(\text{base}) + A(\text{lateral}) = \pi r^2 + \pi rg \Rightarrow \boxed{A(\text{cono}) = \pi r(r+g)}$$

Área de la esfera



La esfera no tiene desarrollo plano $\boxed{A(\text{esfera}) = 4\pi r^2}$

VOLUMEN DE LOS CUERPOS GEOMÉTRICOS

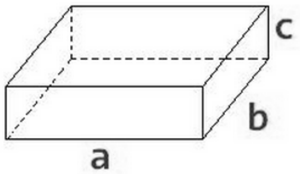
EL volumen es la medida de la región del espacio que encierran sus caras

Volumen de un prisma recto

$$\boxed{V(\text{prisma}) = A(\text{base}).\text{altura}}$$

Volumen del ortoedro y del cubo

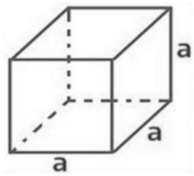
Ortoedro



$V(\text{ortoedro}) = A(\text{base}).\text{altura}$

$\boxed{V(\text{ortoedro}) = abc}$

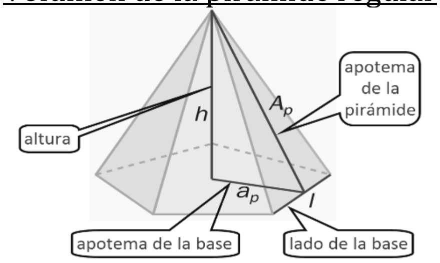
Cubo



$V(\text{cubo}) = A(\text{base}).\text{altura}$

$\boxed{V(\text{cubo}) = a^3}$

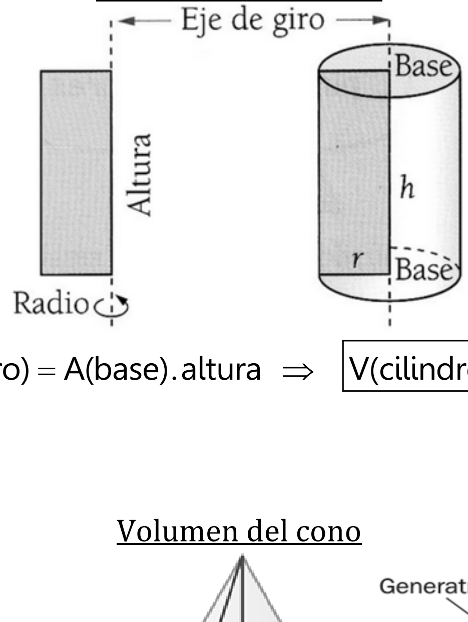
Volumen de la pirámide regular



Por T. Pitágoras: $A_p^2 = a_p^2 + h^2$

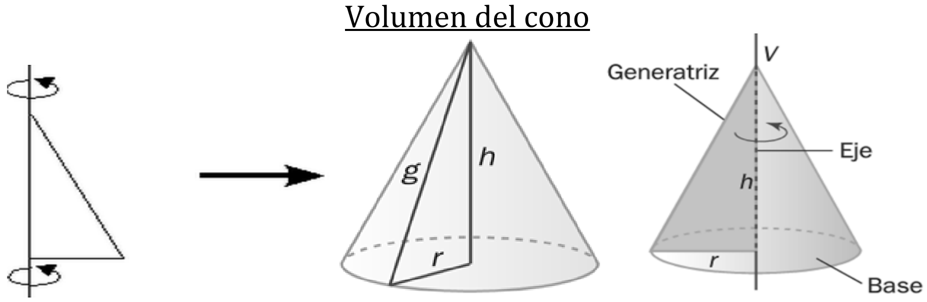
$$V(\text{pirámide regular}) = \frac{A(\text{base}).\text{altura}}{3} \Rightarrow \boxed{V = \frac{A_B.h}{3}}$$

Volumen del cilindro



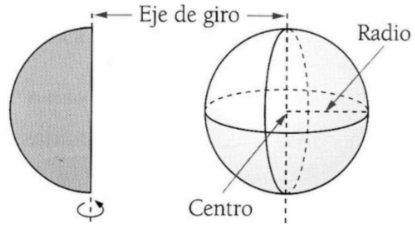
$V(\text{cilindro}) = A(\text{base}).\text{altura} \Rightarrow \boxed{V(\text{cilindro}) = \pi r^2 h}$

Volumen del cono



Por T. Pitágoras: $g^2 = r^2 + h^2$ $\quad V(\text{cono}) = \frac{A(\text{base}).\text{altura}}{3} \Rightarrow \boxed{V(\text{cono}) = \frac{\pi r^2 h}{3}}$

Volumen de la esfera



$$\boxed{V(\text{esfera}) = \frac{4\pi r^3}{3}}$$

Concepto de cuerpos semejantes

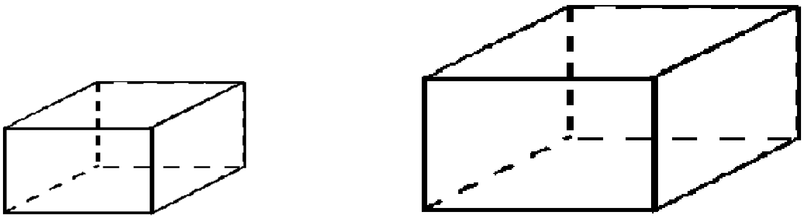
Se dice que dos cuerpos son semejantes si son iguales o bien tienen la misma forma y distinto tamaño

Dos poliedros con el mismo número de caras son semejantes cuando sus caras también lo son y los ángulos respectivos de los poliedros son iguales.

Razón entre volúmenes de cuerpos semejantes

Para dos cuerpos semejantes, la razón entre los volúmenes de dos cuerpos semejantes coincide con el cubo de la razón de semejanza, k^3: $\boxed{\frac{V'}{V} = r^3 \Rightarrow V' = r^3\, V}$

Observa que estos dos ortoedros son semejantes y la razón de semejanza es k = 2



El volumen de 1er ortoedro es V = abc El área de 2º ortoedro es V´ = 2a . 2b . 2c = 2^3 . abc = 2^3. V . Es decir V´ = k^3 V

Más ejemplos:

El volumen de un cubo de 6 cm de arista es 8 veces mayor que el volumen de un cubo de 3 cm de arista

El volumen de un cubo de 9 cm de arista es el triple del volumen de un cubo de 3 cm de arista.

Escalas en maquetas

Maqueta: Es la representación gráfica reducida de cualquier objeto. Por ejemplo, un edificio, un avión, un barco, un automóvil, etc

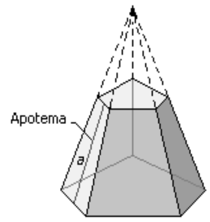
Al construir una maqueta las dimensiones se reducen en la misma proporción. Lo que construimos es semejante a la realidad.

Si una maqueta está hecha a escala E 1:250, entonces 1 cm de en la maqueta corresponde a 250 cm de la realidad. La razón de semejanza maqueta-realidad es 250:1 = 250

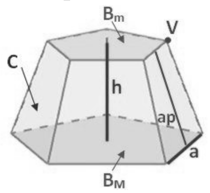
Área y volumen de cuerpos compuestos

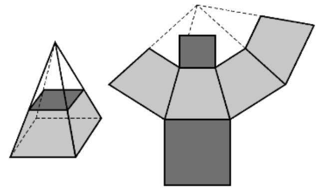
Cuerpos compuestos: El volumen de un cuerpo compuesto por otros se obtiene sumando los volúmenes de los cuerpos que lo componen

Tronco de pirámide: Cuando una pirámide regular se secciona con un plano paralelo a su base, se llama tronco de pirámide regular a la parte de la pirámide comprendida entre el plano y la base.



Si el tronco es de una pirámide regular las caras laterales son trapecios isósceles iguales.
La altura de cada uno de los trapecios se llama apotema del tronco





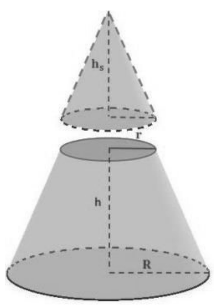
El área lateral de un tronco de pirámide de bases paralelas es la semisuma de los perímetros de las bases por la apotema

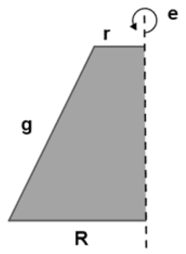
El volumen de un tronco de pirámide de bases paralelas es igual al producto de un tercio de su altura por la suma de sus bases y una media proporcional entre ellas

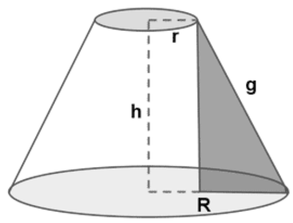
Para calcular el volumen de un tronco de pirámide regular podemos usar la fórmula:

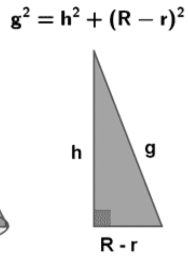
$\boxed{V(\text{tronco de pirámide}) = \dfrac{(A + A' + \sqrt{AA'})h}{3}}$, siendo A y A´ las áreas de las bases y h la altura del tronco

Tronco de cono









$\boxed{A(\text{tronco cono}) = \pi[r^2 + R^2 + (r + R)g]}$ $\boxed{V(\text{tronco cono}) = \dfrac{\pi(R^2 + r^2 + Rr)h}{3}}$

Volúmenes comprendidos entre dos cuerpos: El volumen comprendido entre dos cuerpos se obtiene restándole al volumen del cuerpo mayor el del menor

Cuerpo inscrito en una esfera: Un cuerpo está inscrito en una esfera si cada uno de sus vértices pertenece a ella.

Cuerpo circunscrito a una esfera: Un cuerpo está circunscrito a una esfera si cada una de sus caras es tangente a ella.

Coordenadas geográficas

Para localizar un punto de la superficie terrestre se divide el globo terráqueo mediante líneas llamadas paralelos y meridianos.

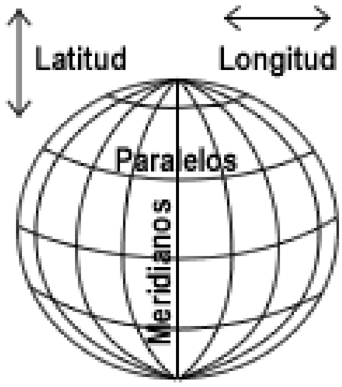
Los **meridianos** son líneas que van de norte a sur pasando por los polos. Todos los meridianos son iguales y se toma como referencia uno principal llamado de Greenwich, que pasa por Londres, dividiendo a la Tierra en dos partes iguales Este y Oeste

Los **paralelos** son líneas perpendiculares a los meridianos. Existe un paralelo mayor o principal, llamado Ecuador que divide a la Tierra en dos partes iguales o Hemisferios Norte y Sur.

Las Coordenadas geográficas nos permiten localizar cualquier punto de la superficie terrestre, utilizando la red de meridianos y paralelos. Las coordenadas geográficas son dos:

Longitud: es la medida en grados, minutos y segundos, desde cualquier punto de la superficie terrestre al meridiano de Greenwich o meridiano 0º. La longitud se mide en Este (de 0º a 180º) u Oeste (de 0º a 180º)

Latitud: es la medida en grados, minutos y segundos, desde cualquier punto de la superficie terrestre al paralelo Ecuador o paralelo 0º. La latitud se mide en Norte (de 0º a 90º) y Sur (de 0º a 90º)



Dos puntos situados en el mismo paralelo tienen la misma latitud

Dos puntos situados en el mismo meridiano tienen la misma longitud

La distancia entre dos puntos A y B de la Tierra, que tienen la misma longitud, es la longitud del arco que los une:

$$\text{dist}AB = arcoAB = \frac{2\pi R}{360º}.\alpha \rightarrow \boxed{\text{dist}AB = \frac{\pi R\alpha}{180º}}$$

R es el radio de la Tierra (R = 6 370 km) y α los grados de latitud que separan a los puntos A y B