
1.- Sea S una matriz de la forma $S = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Calcular S^2, S^3 y en general S^n.

Resolución

$$S^2 = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$S^3 = S^2 S = \begin{pmatrix} 1 & -6 & 9 \\ 0 & 1 & -6 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}\begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & -9 & 18 \\ 0 & 1 & -9 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

……………….

$$S^n = \begin{pmatrix} 1 & -3n & 9(n-1) \\ 0 & 1 & -3n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2.- Hallar la posición relativa de las rectas, en función de los valores que toma el parámetro m.

$$2x + my = 4$$
$$3x + 7y = m$$

Resolución

r: $2x + my = 4$, s: $3x + 7y = m$; r y s son secantes $\Leftrightarrow \frac{2}{3} \neq \frac{m}{7} \Leftrightarrow m \neq \frac{14}{3}$

Para $m = \frac{14}{3}$, $r: 2x + \frac{14}{3}y = 4$, $s: 3x + 7y = \frac{14}{3}$.

Multiplicando la ecuación de r por $\frac{3}{2}$, r: $6x + 14y = 12 \Rightarrow$ r: $3x + 7y = 6$, s: $9x + 21y = 14$

Como $\frac{9}{3} = \frac{21}{7} \neq \frac{14}{6}$, r // s.

3.- Resolver la ecuación matricial $AX + X - 3I = 0$, siendo I y 0 las matrices identidad y nula de orden 2 y $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Resolución

Transformando la ecuación, $AX + IX = 3I \Rightarrow (A + I)X = 3I$. Si $B = A + I$, queda $BX = 3I$

$$B = A + I = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 3 & 0 \\ 1 & 3 \end{pmatrix}$$

$\det B = 9 \neq 0$, existe $B^{-1} = \frac{1}{\det B}(adj B^t) = \frac{1}{9} adj \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 0 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{9}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$.

Multiplicando por B^{-1}, por la izquierda, $B^{-1}BX = X = B^{-1}3I = 3B^{-1}$.

$$X = 3\frac{1}{9}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \frac{1}{3}\begin{pmatrix} 3 & 0 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ \frac{-1}{3} & 1 \end{pmatrix}$$

4.- Discutir el sistema en función de los distintos valores de n, $\begin{cases} x-2y=1 \\ 3x+y=1 \\ 4x-y=n \end{cases}$ y resolverlo cuando sea posible

Resolución

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A=\begin{pmatrix}1 & -2\\ 3 & 1\\ 4 & -1\end{pmatrix}$ y $A^*=\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 3 & 1 & 1\\ 4 & -1 & n\end{pmatrix}$

det A* = n – 8 – 3 – 4 + 6n + 1 = 7n – 14 = 0 ⇔ n = 2

- Si n ≠ 2, rg A* = 3 y como el menor de A $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 3 & 1\end{vmatrix}=7\neq 0$, rg A = 2. Luego, rg A = 2 ≠ rg A* = 3. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es incompatible, no tiene solución.

- Si n = 2, la matriz del sistema es $\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 3 & 1 & 1\\ 4 & -1 & 2\end{pmatrix} \begin{matrix} f2-3f1 \\ f3-4f1 \end{matrix} \begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 7 & -2\\ 0 & 7 & -2\end{pmatrix} f3=f2 \begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 7 & -2\end{pmatrix}$

Como $\begin{vmatrix}1 & -2\\ 0 & 7\end{vmatrix}=7\neq 0$, rg A* = 2. Luego, rg A* = rg A = 2 = nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

La matriz del sistema es equivalente a $\begin{pmatrix}1 & -2 & 1\\ 0 & 7 & -2\end{pmatrix}$, que corresponde al sistema $\begin{cases} x-2y=1 \\ 7y=-2 \end{cases}$

En la 2ª ecuación, $y=\frac{-2}{7}$; en la 1ª ecuación, $x=1+2.\frac{-2}{7}=\frac{3}{7}$

La solución del sistema es $x=\frac{3}{7}$, $y=\frac{-2}{7}$

5.- Hallar la posición relativa de las rectas, en función de los valores que toma el parámetro m

$$2x-3y=0$$
$$3x-2y=m$$

Resolución r: 2x – 3y = 0, s: 3x – 2y = m. Como $\frac{2}{3}\neq\frac{-3}{-2}$, r y s son secantes.

6.- Hallar la matriz X, sabiendo que satisface la siguiente ecuación matricial 3AX = B siendo

$$A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 0 & 1 & 1\\ 1 & 0 & 1\end{pmatrix} \ y \ B=\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}$$

Resolución

det A = –1 ≠ 0, ∃ $A^{-1}=\frac{1}{\det A}(adj\ A^t)=\frac{1}{-1}adj\begin{pmatrix}1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0\\ 2 & 1 & 1\end{pmatrix}=-\begin{pmatrix}1 & 0 & -2\\ 1 & -1 & -1\\ -1 & 0 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$.

Multiplicando por $\frac{1}{3}A^{-1}$, por la izquierda, $\frac{1}{3}A^{-1}3AX=X=\frac{1}{3}A^{-1}B$

$$X=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1 & 0 & 2\\ -1 & 1 & 1\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 0 & 2\\ 1 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}=\frac{1}{3}\begin{pmatrix}-1 & 2 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 1 & -1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\frac{-1}{3} & \frac{2}{3} & 0\\ 0 & \frac{1}{3} & 0\\ \frac{1}{3} & \frac{-1}{3} & \frac{1}{3}\end{pmatrix}$$

7.- Discutir para los distintos valores de n el sistema: $\begin{cases} nx + ny - nz = 1 \\ nx + y - nz = 1 \end{cases}$

Resolución

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = \begin{pmatrix} n & n & -n \\ n & 1 & -n \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} n & n & -n & 1 \\ n & 1 & -n & 1 \end{pmatrix}$

El menor $\begin{vmatrix} n & n \\ n & 1 \end{vmatrix} = n - n^2 = n(1-n) = 0 \Leftrightarrow n = 0$ ó $n = 1$

- Si n ≠ 0, n ≠ 1, rg A = rg A* = 2 < nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

- Si n = 0, la matriz del sistema es $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$. Como la 1ª fila corresponde a la ecuación 0 = 1, que es incompatible, el sistema es incompatible, no tiene solución

- Si n = 1, la matriz del sistema es $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$ $f2 = f1$ $\begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$

Por tanto, el sistema también es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

8.- Resuelva, clasifique e interprete geométricamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales. Sustituya la tercera ecuación por otra que haga que el sistema sea compatible indeterminado.

{3x – 3y + z = 2 ; 2x – y + z = 5 ; –3x + 4y = 4z + 1}

Resolución

Podemos escribir el sistema así: $\begin{cases} 3x - 3y + z = 2 \\ 2x - y + z = 5 \\ -3x + 4y - 4z = 1 \end{cases}$

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ -3 & 4 & -4 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ -3 & 4 & -4 & 1 \end{pmatrix}$

det A = 12 + 9 + 8 – 3 – 12 – 24 = –10 ≠ 0. Luego, rg A = rg A* = 3 = nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

Las ecuaciones del sistema corresponden a tres planos del espacio que tienen un único punto en común.

La matriz del sistema es $\begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & 2 \\ 2 & -1 & 1 & 5 \\ -3 & 4 & -4 & 1 \end{pmatrix} \begin{matrix} 3f2 - 2f1 \\ f3 + f1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & -3 & 3 \end{pmatrix} f3 + 3f2 \begin{pmatrix} 3 & -3 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 1 & 11 \\ 0 & 10 & 0 & 36 \end{pmatrix}$

que corresponde al sistema $\begin{cases} 3x - 3y + z = 2 \\ 3y + z = 11 \\ 10y = 36 \end{cases}$.

Despejando, $y = \frac{18}{5}$; $z = 11 - 3\frac{18}{5} = \frac{1}{5}$; $x = \frac{2 + 3\frac{18}{5} - \frac{1}{5}}{3} = \frac{2 + 3\frac{18}{5} - \frac{1}{5}}{3} = \frac{21}{5}$

Si sustituimos la 3ª ecuación por, por ejemplo, la suma de las dos primeras queda $\begin{cases} 3x - 3y + z = 2 \\ 2x - y + z = 5 \\ 5x - 4y + 2z = 7 \end{cases}$

que equivale al sistema $\begin{cases} 3x - 3y + z = 2 \\ 2x - y + z = 5 \end{cases}$ que al ser $\begin{vmatrix} -3 & 1 \\ -1 & 1 \end{vmatrix} = -2 \neq 0$, rg A = rg A* = 2 < nº de incógnitas.

Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

9.- Considere el siguiente sistema de ecuaciones escrito en forma matricial: $\begin{pmatrix}1&2&1\\1&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}6\\4\\3\end{pmatrix}$

Resuélvalo en forma matricial y clasifíquelo.

Resolución

Llamando $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}$, $X=\begin{pmatrix}x\\y\\z\end{pmatrix}$, $b=\begin{pmatrix}6\\4\\3\end{pmatrix}$, queda la ecuación matricial AX = b

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A=\begin{pmatrix}1&2&1\\1&0&1\\0&1&1\end{pmatrix}$ y $A^*=\begin{pmatrix}1&2&1&6\\1&0&1&4\\0&1&1&3\end{pmatrix}$

det A = 1 – 1 – 2 = –2 ≠ 0. Luego, rg A = rg A* = 3 = nº de incógnitas.
Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

Al ser det A = –2 ≠ 0, ∃ $A^{-1}=\frac{1}{\det A}(adj\ A^t)=\frac{1}{-2}adj\begin{pmatrix}1&1&0\\2&0&1\\1&1&1\end{pmatrix}=\frac{-1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&2\\-1&1&0\\1&-1&-2\end{pmatrix}$

Multiplicando por A^{-1}, por la izquierda, $A^{-1}AX=X=A^{-1}b$

$X=\frac{-1}{2}\begin{pmatrix}-1&-1&2\\-1&1&0\\1&-1&-2\end{pmatrix}\begin{pmatrix}6\\4\\3\end{pmatrix}=\frac{-1}{2}\begin{pmatrix}-4\\-2\\-4\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2\\1\\2\end{pmatrix}$. La solución del sistema es x = 2, y =1, z = 2

10.- Resuelva, clasifique e interprete geométricamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales. Cambie la tercera ecuación para que el sistema sea incompatible.

{x – 2y – 3z = –2 ; 2x – 4y + z = –4 ; 3x + y + z = 1}

Resolución

Podemos escribir el sistema así: $\begin{cases}x-2y-3z=-2\\2x-4y+z=-4\\3x+y+z=1\end{cases}$

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A=\begin{pmatrix}1&-2&-3\\2&-4&1\\3&1&1\end{pmatrix}$ y $A^*=\begin{pmatrix}1&-2&-3&-2\\2&-4&1&-4\\3&1&1&1\end{pmatrix}$

det A = –4 – 6 – 6 – 36 – 1 + 4 = –49 ≠ 0. Luego, rg A = rg A* = 3 = nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

Las ecuaciones del sistema corresponden a tres planos del espacio que tienen un único punto en común.

La matriz del sistema es $\begin{pmatrix}1&-2&-3&-2\\2&-4&1&-4\\3&1&1&1\end{pmatrix}\begin{matrix}f2-2f1\\f3-3f1\end{matrix}\begin{pmatrix}1&-2&-3&-2\\0&0&7&0\\0&7&10&7\end{pmatrix}$ que corresponde al sistema $\begin{cases}x-2y-3z=-2\\7z=0\\7y+10z=7\end{cases}$. Despejando, $z=0$; $y=\frac{7-10.0}{7}=1$; $x=-2+2.1+3.0=0$

La solución del sistema es x = 0, y = 1, z = 0

Si sustituimos la 3ª ecuación por, por ejemplo, 3x – 6y – 2z = 0 queda $\begin{cases}x-2y-3z=-2\\2x-4y+z=-4\\3x-6y-2z=0\end{cases}$

En este caso, La matriz del sistema es $\begin{pmatrix}1&-2&-3&-2\\2&-4&1&-4\\3&-6&-2&0\end{pmatrix}\begin{matrix}f2-2f1\\f3-3f1\end{matrix}\begin{pmatrix}1&-2&-3&-2\\0&0&7&0\\0&0&7&6\end{pmatrix}f3-f2\begin{pmatrix}1&-2&-3&-2\\0&0&7&0\\0&0&0&6\end{pmatrix}$

La 3ª fila corresponde a la ecuación 0 = 6, que es incompatible. Luego el sistema es incompatible.

11.- Resuelva, clasifique e interprete geométricamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$\{x + y - 2z = -2 \ ; \ x - y + z = 2 \ ; \ -2x + 3y + z = 3 \ ; \ -3x - 2y - 3 = z\}$

Resolución

Podemos escribir el sistema así: $\begin{cases} x+y-2z=-2 \\ x-y+z=2 \\ -2x+3y+z=3 \end{cases}$

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 \\ 1 & -1 & 1 \\ -2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

det A = −1 – 2 – 6 – 36 + 4 – 3 – 1 = −45 ≠ 0. Luego, rg A = rg A* = 3 = nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

Las ecuaciones del sistema corresponden a tres planos del espacio que tienen un único punto en común.

La matriz del sistema es

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 1 & -1 & 1 & 2 \\ -2 & 3 & 1 & 3 \end{pmatrix} \begin{matrix} f2-f1 \\ f3+2f1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 5 & -3 & -1 \end{pmatrix} 2f3+5f2 \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -2 \\ 0 & -2 & 3 & 4 \\ 0 & 0 & 9 & 18 \end{pmatrix}$$ que corresponde al

sistema $\begin{cases} x+y-2z=-2 \\ -2y+3z=4 \\ 9z=18 \end{cases}$. Despejando, $z = 2$; $y = \frac{3.2-4}{2} = 1$; $x = -2 - 1 + 2.2 = 1$

La solución del sistema es x = y = 1, z = 2

12.- Resuelva, clasifique e interprete geométricamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

$\{x + z = 11 \ ; \ x + y = 3 \ ; \ y + z = 12 \ ; \ x + y + z = 13\}$

Resolución

Podemos escribir el sistema así: $\begin{cases} x+z=11 \\ x+y=3 \\ y+z=12 \\ x+y+z=13 \end{cases}$

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 13 \end{pmatrix}$

$$detA^* = det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 13 \end{pmatrix} \begin{matrix} f2-f1 \\ \\ f4-f1 \end{matrix} = det\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & -1 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = det\begin{pmatrix} 1 & -1 & -8 \\ 1 & 1 & 12 \\ 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} = 0$$

Como el menor de A y de A* $\begin{vmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0$, rg A = rg A* = 3 = nº de incógnitas.

Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.
Las ecuaciones del sistema corresponden a cuatro planos del espacio que tienen un único punto en común.
La matriz del sistema es

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 1 & 1 & 0 & 3 \\ 0 & 1 & 1 & 12 \\ 1 & 1 & 1 & 13 \end{pmatrix} \begin{matrix} f2-f1 \\ \\ f4-f1 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & -1 & -8 \\ 0 & 1 & 1 & 12 \\ 0 & 1 & 0 & 2 \end{pmatrix} \begin{matrix} f3-f2 \\ f4-f2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 2 & 20 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix} \begin{matrix} f3 = 2f4 \\ f4-f2 \end{matrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 11 \\ 0 & 1 & -1 & -8 \\ 0 & 0 & 1 & 10 \end{pmatrix}$$

que corresponde al sistema $\begin{cases} x+z=11 \\ y-z=-8 \\ z=10 \end{cases}$. Despejando, y = 10 – 8 = 2, x = 11 – 10 = 1

La solución del sistema es x = 1, y = 2, z = 10

13.- Resuelva, clasifique e interprete geométricamente el siguiente sistema de ecuaciones lineales:

{2y + z = –1 ; x – 2y = 1 ; x + 2y + 3z = –2}

Resolución

Podemos escribir el sistema así: $\begin{cases} 2y+z=-1 \\ x-2y=1 \\ x+2y+3z=-2 \end{cases}$

Las matrices de coeficientes y ampliada son $A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 0 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$ y $A^* = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

det A = 2 + 2 – 6 = –6 ≠ 0. Luego, rg A = rg A* = 3 = nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible determinado, tiene solución única.

Las ecuaciones del sistema corresponden a tres planos del espacio que tienen un único punto en común.

La matriz del sistema es $\begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 2 \end{pmatrix} f3-f3 \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} f4-2f1 \begin{pmatrix} 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ que corresponde al sistema $\begin{cases} 2y+z=-1 \\ x-2y=1 \\ z=3 \end{cases}$. Despejando, $y=\frac{-1-3}{2}=-2$; $x=1+2(-2)=-3$

La solución del sistema es x = –3, y = –2, z = 3

14.- Razone si las siguientes afirmaciones son ciertas. Ponga un ejemplo en los casos en que sean falsas.

(a) Un sistema de cuatro ecuaciones con dos incógnitas es siempre incompatible.

Resolución

Falso. Por ejemplo, el sistema $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \\ 2x=4 \\ 2y=2 \end{cases}$ (en el que la 3ª ecuación es suma de las dos primeras y la 4ª ecuación es resta de las dos primeras) es equivalente a $\begin{cases} x+y=3 \\ x-y=1 \end{cases}$, que tiene como solución única x = 2, y = 1

Luego, el sistema inicial es de 4 ecuaciones, 2 incógnitas y no es incompatible, es compatible determinado.

(b) Un sistema de dos ecuaciones con cuatro incógnitas y compatible ha de ser indeterminado.

Resolución

Sí, porque si A y A* son las matrices de coeficientes y ampliada, respectivamente, entonces por ser compatible y tener 2 ecuaciones r = rg A = rg A* ≤ 2.

Luego, r < nº de incógnitas = 4. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado.

(c) Para que un sistema sea incompatible ha de tener distinto número de ecuaciones que de incógnitas.

Resolución

Falso. Por ejemplo, el sistema $\begin{cases} x+y=0 \\ x+y=1 \end{cases}$ tiene el mismo nº de ecuaciones que de incógnitas y es incompatible