1.-

a) Clasifique y resuelva el sistema

**Resolución**

Las matrices de coeficientes y ampliada son y

Como , rg A\* = rg A = 2 < nº de incógnitas. Por el teorema de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

La matriz del sistema es que corresponde al

sistema . En la 1ª ecuación,

En la 2ª ecuación, .

Llamando z = k, las infinitas soluciones son , con k ∈ R

b) Sean las matrices . Calcule (AtB – 2I2)–1.

**Resolución**

Sea

det C = 2 ≠ 0, existe

**2.- (prueba ordinaria)** Sean las matrices

a) Calcule la matriz A = MMt – 5M ; (Mt indica la traspuesta de M).

**Resolución**

b) Calcule la matriz B = M–1 y resuelva la ecuación N + XM = MB, donde X es una matriz 2 x 2.

**Resolución**

det M = –2 ≠ 0, existe

Trasponiendo término en la ecuación, XM = MB – N = MM–1 – N = I – N.

Multiplicando por M–1, por la derecha, XMM–1 = (I – N)M–1, X = (I – N)M–1

**3.-** **(prueba extraordinaria)** Sea la matriz

a) Halle los valores de x para los que se verifica A2 = 2A.

**Resolución**

Igualando términos, . Por tanto, x = 0 ó x = –2.

b) Para x = – 1, halle A–1. Compruebe el resultado calculando AA–1.

**Resolución**

Para x = –1, . Como det A = 2 ≠ 0, existe A–1 y

Comprobación:

4.-

a) Plantee, sin resolver, un sistema de ecuaciones que dé solución al siguiente problema:

Un inversor compró acciones de las empresas A, B y C por un valor total de 20000 euros, invirtiendo en C

el doble que en A. Al cabo de un año la empresa A le pagó el 6% de beneficio, la B el 8%

y la C el 10%. Si el beneficio total fue de 1720 euros, ¿qué dinero invirtió en cada empresa?

**Resolución**

Sean x, y, z el dinero en € invertido en las empresas A, B y C, respectivamente.

Usando el enunciado llegamos al sistema

b) Resuelva la ecuación

**Resolución**

Luego, –12x = 0 ⇔ x = 0, que es la solución de la ecuación

5.- Sea la matriz

a) Calcule los valores de m para que dicha matriz tenga inversa.

**Resolución**

det A = 3m + 3 – m + m2 = m2 + 2m + 3 = 0 ⇔ , imposible.

Luego, A tiene inversa para cualquier valor de m.

b) Haciendo m = 0, resuelva la ecuación matricial AXA = I2, donde I2 es la matriz unidad de

orden 2 y X es una matriz cuadrada de orden 2.

**Resolución**

Para m = 0, . Sabemos del a) que A tiene inversa y que det A = 3

Además,

Multiplicando por A–1, por la derecha y por la izquierda, A–1AXAA–1 = A–1 I A–1 ⇒ X = A–1A–1

6.-

a) Clasifique y resuelva el sistema formado por las ecuaciones siguientes:

x – 2y + z = 0, 2x + y – z = 5, 4x + 7 y – 5z = 15.

**Resolución**

Las matrices de coeficientes y ampliada son y

det A = –5 + 8 + 14 – 4 + 7 – 20 = 0 y como , rg A = 2.

Como , rg A\* = 2. Luego, rg A\* = rg A = 2 < nº de incógnitas. Por el teorema

de Rouché-Fröbenius el sistema es compatible indeterminado, tiene infinitas soluciones.

La matriz del sistema es equivalente a , que corresponde al sistema .

En la 2ª ecuación, ; en la 1ª ecuación,

Llamando z = k, las infinitas soluciones son , con k ∈ R

b) Determine la matriz X, de orden 2, que verifica la igualdad

**Resolución**

Llamando queda la ecuación XA – 2B = C ⇒ XA = C + 2B.

Como det A = 1 ≠ 0, existe A–1 y

Multiplicando por A–1, por la derecha, XAA–1 = (C + 2B)A–1, X = (C + 2B)A–1