
1.- (prueba extraordinaria) Se sabe que dos alumnos de la asignatura de Matemáticas asisten a clase, de forma independiente, el primero a un 85% de las clases y el segundo a un 35%. Tomado al azar un día de clase, calcule la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:
a) Que los dos hayan asistido a clase ese día.

Resolución

Sean los sucesos A = "el primer alumno asiste a clase" B = "el segundo alumno asiste a clase"

Según el enunciado, p(A) = 85% = 0,85 p(B) = 35% = 0,35

Se pide $p(A \cap B)$. Al ser A y B independientes, $p(A \cap B) = p(A) . p(B) = 0,85 . 0,35 = 0,2975 = 29,75\%$

b) Que alguno de ellos haya asistido a clase ese día.

Resolución

Se pide $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,85 + 0,35 - 0,2975 = 0,9025 = 90,25\%$

c) Que ninguno haya asistido a clase ese día.

Resolución

Se pide $p(A^c \cap B^c)$. Por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c]$

Luego, $p(A^c \cap B^c) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0,9025 = 0,0975 = 9,75\%$

d) Que haya asistido a clase el segundo, sabiendo que el primero no ha asistido.

Resolución

Se pide $p(B/A^c) = \frac{p(B \cap A^c)}{p(A^c)} = \frac{p(B) - p(A \cap B)}{1 - p(A)} = \frac{0,35 - 0,2975}{1 - 0,85} = \frac{0,0525}{0,15} = 0,35 = 35\%$, que coincide con p(B) porque A^c y B también son independientes.

2.- El 25% de los estudiantes de una Universidad lee las noticias en prensa escrita en papel, el 70% en prensa digital y el 10% en ambos formatos. Elegido, al azar, un estudiante de esa Universidad:
a) Calcule la probabilidad de que lea las noticias en formato papel o digital.

Resolución

A = "leer las noticias en prensa escrita en papel" B = "lee las noticias en prensa digital"

Según el enunciado, p(A) = 25% = 0,25 p(B) = 70% = 0,7 y $p(A \cap B) = 10\% = 0,1$

Se pide $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0,25 + 0,7 - 0,1 = 0,85 = 85\%$

b) Sabiendo que lee las noticias en prensa digital, calcule la probabilidad de que también las lea en prensa escrita en papel.

Resolución Se pide $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0,1}{0,7} \cong 0,1429 = 14,29\%$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que lea las noticias exclusivamente en uno de los dos formatos?

Resolución

Se pide $p(A \cap B^c) + p(B \cap A^c) = p(A) - p(A \cap B) + p(B) - p(A \cap B) = p(A) + p(B) - 2\, p(A \cap B)$

Sustituyendo queda $0,25 + 0,7 - 2 . 0,1 = 0,75 = 75\%$

3.- Un estudio estadístico de la producción de una fábrica de batidoras determina que el 4,5% de las batidoras presenta defectos eléctricos, el 3,5% presenta defectos mecánicos y el 1% presenta ambos defectos. Se escoge al azar una batidora.

a) Calcule la probabilidad de que no tenga ninguno de los dos defectos.

Resolución

A = "presentar defectos eléctricos" B = "presentar defectos mecánicos"

Según el enunciado $p(A) = 4{,}5\% = 0{,}045$ $p(B) = 3{,}5\% = 0{,}035$ y $p(A \cap B) = 1\% = 0{,}01$

Se pide $p(A^c \cap B^c)$.

Sabemos que $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}045 + 0{,}035 - 0{,}01 = 0{,}07$

Por una de las leyes de Morgan, $p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}07 = 0{,}93 = 93\%$.

b) Calcule la probabilidad de que tenga un defecto mecánico sabiendo que tiene un defecto eléctrico.

Resolución Se pide $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0{,}01}{0{,}045} \cong 0{,}2222 = 22{,}22\%$

c) Justifique si los sucesos "tener un defecto eléctrico" y "tener un defecto mecánico" son independientes. ¿Son incompatibles?

Resolución

$p(A).p(B) = 0{,}045\ .\ 0{,}035 = 0{,}001575 \neq p(A \cap B) = 0{,}01 \Rightarrow$ A y B son dependientes.

Por otra parte, como $p(A \cap B) = 0{,}01 \neq 0 \Rightarrow$ A y B son compatibles

4.- El 65% de la población española adulta no fuma, el 15% fuma ocasionalmente y el resto fuma habitualmente. Elegidos al azar dos adultos españoles, calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:

a) Los dos sean no fumadores.

Resolución

A = "la persona fuma" B = "la persona fuma ocasionalmente" B = "la persona fuma habitualmente"

Según el enunciado $p(A^c) = 65\% = 0{,}65$ $p(B) = 15\% = 0{,}15$ y $p(C) = 1 - (0{,}65 + 0{,}15) = 0{,}2$

Lógicamente hay independencia de sucesos.

Se pide $p(A^c \cap B^c) = p(A^c) . p(B^c) = 0{,}65 . 0{,}65 = 0{,}4225 = 42{,}25\%$

b) Uno de ellos sea no fumador y el otro sea fumador ocasional.

Resolución

Se pide $p(A^c \cap B) + p(B \cap A^c) = 2\ p(A^c \cap B) = 2\ p(A^c) . p(B) = 2 . 0{,}65 . 0{,}15 = 0{,}195 = 19{,}5\%$

5.- Se elige un número, al azar, entre el siguiente conjunto:
$\{225, 201, 162, 210, 180, 172, 156, 193, 218, 167, 176, 222, 215, 120, 190, 171\}$.
a) Calcule la probabilidad de que el número elegido sea impar.

Resolución

T = "elegir nº par" T^c = "elegir nº impar". Se pide $p(T^c)$

Usando la regla de Laplace, $p(T) = \frac{10}{16} = \frac{5}{8}$. Se pide $p(T^c) = 1 - \frac{5}{8} = \frac{3}{8} = 0{,}375 = 37{,}5\%$

b) Si el número elegido es múltiplo de 5, ¿cuál es la probabilidad de que sea mayor que 200?

Resolución

A = "elegir nº múltiplo de 5" ; S = "elegir nº mayor que 200". Se pide $p(S/A) = \frac{p(S \cap A)}{p(A)}$

Usando la regla de Laplace, $p(A) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375$, $p(S) = \frac{6}{16} = \frac{3}{8} = 0{,}375$

$p(S \cap A) = p(\text{elegir múltiplo de 5 mayor que 200}) = \frac{3}{16} = 0{,}1875$

Luego, $p(S/A) = \frac{p(S \cap A)}{p(A)} = \frac{3/16}{3/8} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$

c) Determine si son independientes los sucesos S: "el número elegido es mayor que 200" y T: "el número elegido es par".

Resolución

$p(S).p(T) = \frac{3}{8} . \frac{5}{8} = \frac{15}{64} \neq p(S \cap T) = \frac{3}{16} \Rightarrow$ S y T son dependientes.

d) Halle la probabilidad del suceso $S \cup T$.

Resolución

Sabemos que $p(S \cup T) = p(S) + p(T) - p(S \cap T) = \frac{6}{16} + \frac{10}{16} - \frac{3}{16} = \frac{13}{16} = 0{,}8125 = 81{,}25\%$

6.- Sean A y B dos sucesos aleatorios independientes de los que se conoce que: $p(A) = 0{,}5$ $p(B) = 0{,}3$
a) Diga, razonadamente, si A y B son sucesos incompatibles.

Resolución

Como son independientes, $p(A \cap B) = p(A) . p(B) = 0{,}5 . 0{,}3 = 0{,}15 \neq 0$. Luego, A y B son compatibles

b) ¿Cuál es la probabilidad de que suceda A y no suceda B?

Resolución

Se pide $p(A \cap B^c) = p(A) - p(A \cap B) = 0{,}5 - 0{,}15 = 0{,}35 = 35\%$.

También se podría calcular teniendo en cuenta que A y B^c son también independientes.
Luego, $p(A \cap B^c) = p(A) . p(B^c) = 0{,}5 . (1 - 0{,}3) = 0{,}5 . 0{,}7 = 0{,}35$

c) Calcule $p(A/B^c)$

Resolución

$p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{0{,}35}{0{,}7} = 0{,}5 = 50\%$, que es igual a $p(A)$ pues A y B^c son independientes.

7.- En un Instituto de Educación Secundaria el 40% de los alumnos juegan al fútbol, el 30% juegan al baloncesto y el 20% practican ambos deportes.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que un alumno, elegido al azar, no practique ninguno de los dos deportes?

Resolución

A = jugar al fútbol, B = jugar al baloncesto. Según el enunciado, $p(A) = 0{,}4$, $p(B) = 0{,}3$ y $p(A \cap B) = 0{,}2$

$p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c$ por la ley de Morgan.

Calculamos $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}3 - 0{,}2 = 0{,}5$

Luego, $p(A^c \cap B^c) = 1 - p(A \cup B) = 1 - 0{,}5 = 0{,}5 = 50\%$

b) Si un alumno, elegido al azar, juega al fútbol, ¿cuál es la probabilidad de que no juegue al baloncesto?

Resolución Se pide $p(B^c/A) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(A)} = \frac{p(A) - p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0{,}4 - 0{,}2}{0{,}4} = \frac{0{,}2}{0{,}4} = 0{,}5 = 50\%$

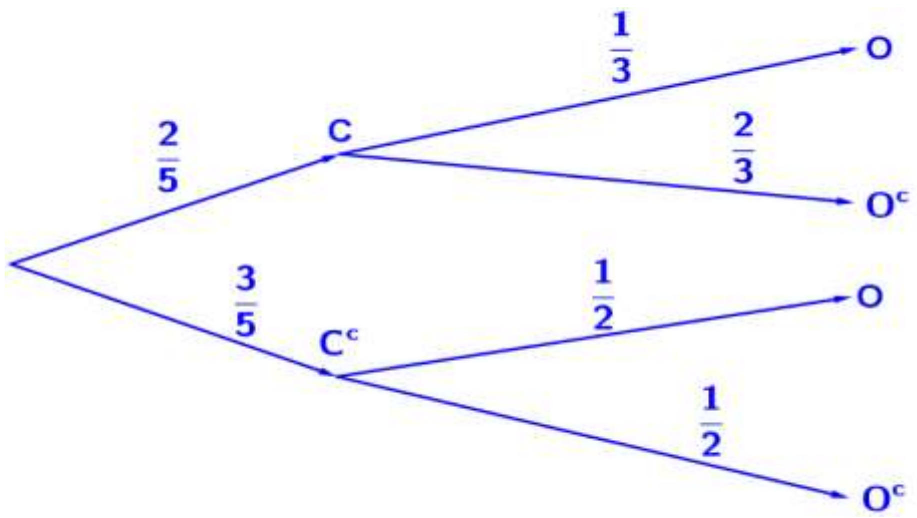
c) ¿Son independientes los sucesos "jugar al fútbol" y "jugar al baloncesto"?

Resolución Como $p(A)\,p(B) = 0{,}4\,.\,0{,}3 = 0{,}12 \neq p(A \cap B) = 0{,}2 \Rightarrow$ A y B son dependientes.

8.- (prueba ordinaria) Antonio va a la compra dos días de cada cinco. A lo largo del tiempo, ha observado que la fruta está de oferta la tercera parte de los días que va a la compra y la mitad de los días que no va. Elegido un día al azar:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que la fruta esté de oferta ese día?
b) Calcule la probabilidad de que ese día Antonio vaya a la compra o la fruta esté de oferta.

Resolución

C = Antonio va a la compra, O = la fruta está de oferta. Hacemos un diagrama de árbol:



Usamos el teorema de la probabilidad total y la probabilidad que se pide es

$p(O) = p(C)\,p(O/C) + p(C^c)\,p(O/C^c) = \frac{2}{5}\frac{1}{3} + \frac{3}{5}\frac{1}{2} = \frac{13}{30} \cong 0{,}4333 = 43{,}33\%$

b) Calcule la probabilidad de que ese día Antonio vaya a la compra o la fruta esté de oferta.

Resolución

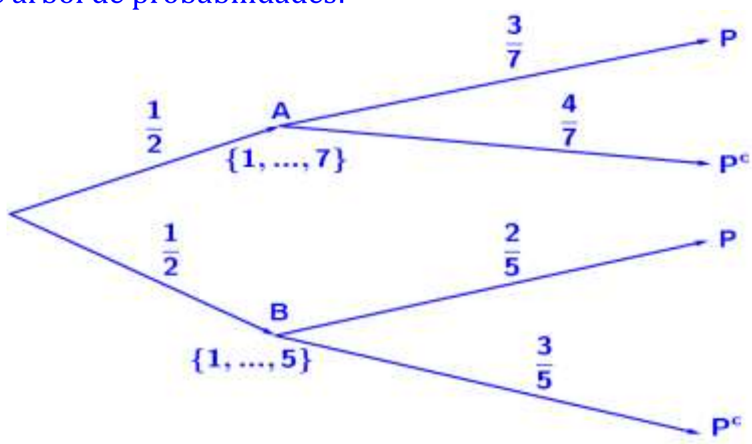
Piden $p(C \cup O) = p(C) + p(O) - p(C \cap O) = p(C) + p(O) - p(C)\,p(O/C) = \frac{2}{5} + \frac{13}{30} - \frac{2}{5}\frac{1}{3} = \frac{7}{10} = 70\%$

9.- (prueba ordinaria) Una urna, A, contiene siete bolas numeradas del 1 al 7. Otra urna, B, contiene cinco bolas numeradas del 1 al 5. Lanzamos una moneda equilibrada, de forma que, si sale cara, extraeremos una bola de la urna A, y, si sale cruz, la extraemos de la urna B.
Calcule las probabilidades de los siguientes sucesos:
a) "La bola haya sido extraída de la urna A y el número sea par".

Resolución

A = salir cara (sacar bola de urna A), B = salir cruz (sacar bola de urna B) y P = salir nº par.

Hacemos un diagrama de árbol de probabilidades:



Se pide $p(A \cap P) = p(A)\, p(P/A) = \frac{1}{2}\frac{3}{7} = \frac{3}{14} \cong 0{,}2143 = 21{,}43\%$

b) "El número de la bola extraída sea par".

Resolución

Usamos el teorema de la probabilidad total y la probabilidad que se pide es

$p(P) = p(A \cap P) + p(B \cap P) = \frac{3}{14} + p(B)\, p(P/B) = \frac{3}{14} + \frac{1}{2}\frac{2}{5} = \frac{29}{70} \cong 0{,}4143 = 41{,}43\%$

c) "La bola sea de la urna A, si ha salido un número par".

Resolución Se pide $p(A/P) = \frac{p(A \cap P)}{p(P)} = \frac{3/14}{29/70} = \frac{15}{29} \cong 0{,}5172 = 51{,}72\%$

10.- En un servicio técnico especializado en cámaras fotográficas, el 70% de las cámaras que se reciben son del modelo A y el resto del modelo B. El 95% de las cámaras del modelo A son reparadas, mientras que del modelo B sólo se reparan el 80%. Si se elige una cámara al azar:
a) Calcule la probabilidad de que no se haya podido reparar.

Resolución

A = la cámara es del modelo A, B = la cámara es del modelo A, R = la cámara es reparada.

Podemos usar una tabla de contingencia de probabilidades/porcentajes

	A	B	Total
R	95% del 70% = 66,5%	80% del 30% = 24%	90,5%
R^c	70% – 66,5% = 3,5%	30% – 24% = 6%	9,5%
Total	70%	100% – 70% = 30%	100%

Se pide $p(R^c) = 9{,}5\%$

b) Si se observa que no ha sido reparada, ¿cuál es la probabilidad de que sea del modelo B?

Resolución Se pide $p(B/R^c) = \frac{p(B \cap R^c)}{p(R^c)} = \frac{6}{9{,}5\%} = \frac{6}{9{,}5} \cong 0{,}6316 = 63{,}16\%$

11.- (prueba extraordinaria) En una tienda de complementos disponen de 100 bolsos, de los cuales 80 son de una conocida marca y 20 son imitaciones casi perfectas de dicha marca. Una inspección encarga a un experto el peritaje de los bolsos de la tienda. Se sabe que este experto acierta en el 95% de sus peritajes cuando el bolso es auténtico y que detecta el 98% de las imitaciones. Se elige, al azar, un bolso para su examen:
a) Calcule la probabilidad de que el experto acierte en su dictamen sobre ese bolso.

Resolución

A = "El bolso es auténtico" y B = "El experto acierta en el peritaje".

Nos dicen que $p(A) = \frac{80}{100} = 0{,}8$, $p(B/A) = 95\% = 0{,}95$, $p(A^c) = \frac{20}{100} = 0{,}2$, $p(B/A^c) = 98\% = 0{,}98$

Usando el teorema de probabilidad total,

$$p(B) = p(B \cap A) + p(B \cap A^c) = p(A)\,p(B/A) + p(A^c)\,p(B/A^c) = 0{,}8 \,.\, 0{,}95 + 0{,}2 \,.\, 0{,}98 = 0{,}956 = 95{,}6\%$$

b) Si el experto no ha acertado en su peritaje, calcule la probabilidad de que el bolso sea auténtico.

Resolución

Se pide $p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A)\,p(B^c/A)}{1 - p(B)} = \frac{p(A)\,[1 - p(B/A)]}{1 - p(B)} = \frac{0{,}8\,.(1 - 0{,}95)}{1 - 0{,}956} = \frac{0{,}04}{0{,}044} \cong 0{,}9091 = 90{,}91\%$.

12.- Se sabe que el 80% de los visitantes de un determinado museo son andaluces y que el 55% son andaluces y adultos. Además, el 17% de los visitantes son no andaluces y adultos. Se elige, al azar, un visitante del museo:
a) ¿Cuál es la probabilidad de que no sea adulto?

Resolución

A = "ser andaluz" y B = "ser adulto".

Nos dicen que $p(A) = 80\% = 0{,}8$, $p(A \cap B) = 55\% = 0{,}55$, $p(A^c \cap B) = 17\% = 0{,}17$

Como $p(A^c \cap B) = p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(B) = p(A^c \cap B) + p(A \cap B) = 0{,}17 + 0{,}55 = 0{,}72$

Nos piden $p(B^c) = 1 - p(B) = 1 - 0{,}72 = 0{,}28 = 28\%$

b) Si es adulto, ¿cuál es la probabilidad de que sea andaluz?

Resolución

Se pide $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} = \frac{0{,}55}{0{,}72} \cong 0{,}7639 = 76{,}39\%$.