**1.- (prueba extraordinaria)** Sean las matrices

a) Resuelva la ecuación matricial A2X + C = 2B.

**Resolución**

Restando C en los dos miembros queda A2X = 2B – C.

Para poder resolver la ecuación es necesario que A2 sea invertible.

Como , det A2 = 1 ≠ 0, existe (A2)–1.

Multiplicando por (A2)–1 por la izquierda:

(A2)–1A2X = (A2)–1(2B – C) ⇒ I X = (A2)–1(2B – C) ⇒ X = (A2)–1(2B – C)

b) ¿Qué dimensiones deben tener las matrices P y Q para que las matrices (B + C)P y BQCt sean

cuadradas?

**Resolución**

B2 x 3 , C2 x 3 , Pm x n , Qp x q

(B + C)2 x 3 Pm x n se puede realizar si m = 3 quedando [(B + C)P]2 x n. Como debe ser cuadrada, n = 2.

Luego, P debe ser una matriz de dimensión 3 x 2. Es decir, P3 x 2.

B2 x 3 Qp x q Ct3 x 2 se puede realizar si p = 3, q = 3 quedando (BQC)3 x 3. Es decir, Q3 x 3.

2.- Sean las matrices

a) Resuelva la ecuación matricial

**Resolución**

Para poder resolver la ecuación es necesario que la matriz (BBt) sea invertible

 , det (BBt) = 9 ≠ 0. Luego, existe (BBt)–1.

Multiplicando por (BBt)–1 por la derecha:

b) Razone cuáles de las siguientes operaciones pueden realizarse e indique, en su caso, la dimensión de la

matriz resultante: AB , ABt , BA–1, BtA + A–1.

**Resolución**

A2 x 2 , B2 x 3

Sí se puede realizar AB porque el nº de columnas de A coincide con el nº de filas de B.

Además, (AB)2 x 3.

Como (Bt)3 x 2, no se puede realizar ABt porque el nº de columnas de A no coincide con el nº de filas de Bt.

Como (A–1)2 x 2, no se puede realizar BA–1 porque el nº de columnas de B no coincide con el nº de filas

de A–1.

Por otra parte, (Bt)3 x 2, A2 x 2 , luego, sí se puede realizar BtA ; además, (BtA)3 x 2.

Como (A–1)2 x 2, no se puede hacer BtA + A–1 ya que los sumandos no tienen el mismo orden

2.-Sean las matrices

a) Calcule A2 y A2016.

**Resolución**

 ; A2016 = (A2)1008 = I1008 . Luego, A2016 = I.

b) Resuelva la ecuación matricial AX – B = Ct.

**Resolución**

Sumando B en los dos miembros, AX = Ct + B

Para poder resolver la ecuación es necesario que A sea invertible. Como det A = –1 ≠ 0, existe A–1.

Multiplicando por A–1 por la izquierda: A–1AX = A–1(Ct + B) → I X = A–1(Ct + B) → X = A–1(Ct + B)

3.-

a) Si A es una matriz de dimensión m x n, indique la dimensión de una matriz X si se verifica

que (AtA)X = In .

**Resolución**

Amxn , Xpxq , (In)nxn

(At)n x m Am x n Xp x q se puede realizar n = p. Además, el producto es de orden n x q.

Como el producto debe ser la matriz (In)n x n, entonces q = n.

Conclusión: X debe ser cuadrada de orden n.

b) Calcule dicha matriz X en el caso en que

**Resolución**

Para poder resolver la ecuación es necesario que la matriz AtA sea invertible

 . Como det (AtA) = 8 ≠ 0 existe (AtA)–1.

Multiplicando por (AtA)–1 por la izquierda: (AtA)–1(AtA)X = (AtA)–1In ⇒ InX = (AtA)–1 ⇒ X = (AtA)–1

c) Calcule, si es posible, el producto A(AtA).

**Resolución**

4.- Sean las matrices

a) Justifique cuáles de las siguientes operaciones se pueden realizar y en dichos casos calcule el

resultado: AB , BA , BC y CtBt.

**Resolución**

A2 x 2 , B1 x 2 , C2 x 1

AB : No se puede realizar porque el nº de columnas de A no coincide con el nº de filas de B.

BA : Sí se puede realizar porque el nº de columnas de B coincide con el nº de filas de A.

Además,

BC : Sí se puede realizar porque el nº de columnas de B coincide con el nº de filas de C.

Además,

CtBt : Observamos que (Ct)1 x 2, (Bt)2 x 1. Luego, sí se puede realizar porque el nº de columnas de Ct coincide con el nº de filas de Bt. Además,

b) Calcule la matriz X en la ecuación AX + Bt = 4C

**Resolución**

Restando Bt en los dos miembros, AX = 4C – Bt.

Como det A = 6 ≠ 0, A es invertible y, por tanto, se puede resolver la ecuación.

Multiplicando por A–1 por la izquierda: A–1AX = A–1(4C – Bt) ⇒ I X = A–1(4C – Bt) ⇒ X = A–1(4C – Bt)

5.- Sean las matrices

a) Resuelva la ecuación matricial CBX − 2AX = At.

**Resolución**

Sacando factor común X, por la derecha nos queda (CB – 2A)X = At.

Para poder resolver la ecuación es necesario que la matriz (CB – 2A) sea invertible

Como det (CB – 2A) = –6 ≠ 0 existe (CB – 2A)–1.

Multiplicando por (CB – 2A)–1 por la izquierda: (CB – 2A)–1(CB – 2A)X = (CB – 2A)–1At.

I X = (CB – 2A)–1At ⇒ X = (CB – 2A)–1At

b) Analice cuáles de las siguientes operaciones, sin efectuarlas, se pueden realizar y justifique las

respuestas: BC + 2A, AC + C, BtC , CB – A

**Resolución**

A2 x 2 , B3 x 2 , C2 x 3

BC + 2A, NO: Aunque se puede realizar BC porque el nº de columnas de B coincide con el nº de filas de C, siendo (BC)3 x 3 no se puede hacer (BC)3 x 3 + (2A)2 x 2 por no tener el mismo orden

AC + C, SÍ: Se puede realizar AC porque el nº de columnas de A coincide con el nº de filas de C,

siendo (AC)2 x 3 y se puede hacer (AC)2 x 3 + C2 x 3 por tener el mismo orden

BtC, NO: Como (Bt)2 x 3 y C2 x 3 no se puede porque el nº de columnas de Bt no coincide con el nº de

filas de C.

CB – A, SÍ: Observa que se puede realizar CB ya que el nº de columnas de C coincide con el nº de filas de B, siendo (CB)2 x 2. Luego, (CB)2 x 2 – A2 x 2 se podrá hacer por tener el mismo orden

**6.-** **(prueba ordinaria)** Las filas de la matriz P indican los respectivos precios de tres artículos A1, A2 y A3

en dos comercios, C1 (fila 1) y C2 (fila 2): . Cati desea comprar 2 unidades del artículo

A1, 1 de A2 y 3 de A3. Manuel desea comprar 5 unidades de A1, 1 de A2 y 1 de A3. Han dispuesto esas

compras en la matriz

a) Calcule PQt y QPt e indique el significado de los elementos de las matrices resultantes.

**Resolución**

 ;

Significado:

115 € es el gasto de Cati en C1. 160 € es el gasto de Manuel en C1.

122 € es el gasto de Cati en C2. 157 € es el gasto de Manuel en C2.

b) A la vista de lo obtenido en el apartado anterior, dónde les interesa hacer la compra a cada uno?

**Resolución** A Cati le interesa comprar en C1 y a Manuel le interesa comprar en C2.