
1.- Una cooperativa envasa zumos de naranja, zumos de piña y zumos de melocotón en botellas de 1 litro y de 2 litros. Se sabe que el 60% de las botellas son de zumo de naranja y el 30% de piña. Además, el 80% de las botellas de zumo de naranja y el 70% de las de zumo de piña son de 2 litros, mientras que el 60% de las de melocotón son botellas de 1 litro. Se elige al azar una botella envasada por la cooperativa.
a) Calcule la probabilidad de que la botella sea de 2 litros.

Resolución

Sean los sucesos N = "La botella es de zumo de naranja" P = "La botella es de zumo de piña"

M = "La botella es de zumo de melocotón" A = "La botella es de 1 litro" B = "La botella es de 2 litros"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	N	P	M	Total
A	60% – 48% = 12%	30% – 21% = 9%	60% de 10% = 6%	27%
B	80% de 60% = 48%	70% de 30% = 21%	10% – 6% = 4%	73%
Total	60%	30%	100% – 60% – 30% = 10%	100%

Usando la tabla de porcentajes, p(B) = 73%.

b) Calcule la probabilidad de que el zumo sea de naranja, sabiendo que la botella es de 2 litros.

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(N/B) = \frac{p(N \cap B)}{p(B)} = \frac{48\%}{73\%} = \frac{48}{73} \cong 0{,}6575 = 65{,}75\%$

c) Calcule la probabilidad de que el zumo sea de melocotón, sabiendo que la botella es de 1 litro.

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(M/A) = \frac{p(M \cap A)}{p(A)} = \frac{6\%}{27\%} = \frac{6}{27} = \frac{2}{9} \cong 0{,}2222 = 22{,}22\%$

2.- Una determinada enfermedad puede estar provocada por una sola de las causas, A, B o C. En el 35% de los casos está provocada por A, en el 40% por B y en el 25% por C. Se sabe que el tratamiento de esta enfermedad requiere hospitalización en el 15% de los casos si está provocada por A, en el 45% si está provocada por B y en un 20% si está provocada por C. Se elige al azar una persona afectada por esa enfermedad.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que necesite hospitalización?

Resolución

Sean los sucesos A = "La enfermedad es provocada por A" B = "La enfermedad es provocada por B"

C = "La enfermedad es provocada por C" H = "La enfermedad requiere hospitalización"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	B	C	Total
H	15% de 35% = 5,25%	45% de 40% = 18%	20% de 25% = 5%	28,25%
H^c	35% – 5,25% = 29,75%	40% – 18% = 22%	25% – 5% = 20%	71,75%
Total	35%	40%	25%	100%

Usando la tabla de porcentajes, p(H) = 28,25%.

b) Si no necesita hospitalización, ¿cuál es la probabilidad de que la causa de la enfermedad sea C?

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(C/H^c) = \frac{p(C \cap H^c)}{p(H^c)} = \frac{20\%}{71{,}75\%} = \frac{20}{71{,}75} \cong 0{,}2787 = 27{,}87\%$

3.- Para tratar cierta enfermedad, en un hospital se utilizan tres fármacos distintos, A, B y C, administrándose a cada enfermo un solo fármaco. El 30% de los pacientes es tratado con el fármaco A, el 50% es tratado con el B y el resto con el fármaco C. La probabilidad de que la enfermedad se cure con el fármaco A es de 0,6, de que se cure con el fármaco B es de 0,8 y de que se cure con el fármaco C es de 0,7. Se elige al azar un paciente de ese hospital con esa enfermedad.
a) Calcule la probabilidad de que el paciente se cure.

Resolución

Sean los sucesos
A = "El paciente es tratado con el fármaco A" B = "El paciente es tratado con el fármaco B"

C = "El paciente es tratado con el fármaco C" D = "El paciente se cura"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	B	C	Total
D	60% de 30% = 18%	80% de 50% = 40%	70% de 20% = 14%	72%
D^c	30% – 18% = 12%	50% – 40% = 10%	20% – 14% = 6%	28%
Total	30%	50%	100% – 30% – 50% = 20%	100%

Usando la tabla de porcentajes, p(D) = 72%.

b) Sabiendo que el paciente se ha curado, ¿cuál es la probabilidad de que haya sido tratado con el fármaco A?

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(A/D) = \frac{p(A \cap D)}{p(D)} = \frac{18\%}{72\%} = \frac{18}{72} = \frac{1}{4} = 0{,}25 = 25\%$

4.- Sean A y B dos sucesos asociados a un experimento aleatorio tales que
p(B) = 0,4, p(A/B) = 0,25 y p(A – B) = 0,4.
a) Calcule p(A ∩ B).

Resolución $p(A \cap B) = p(B)p(A/B) = 0{,}4.0{,}25 = 0{,}1$

b) Calcule p(A) y p(A U B).

Resolución

Como $p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = p(A - B) + p(A \cap B) = 0{,}4 + 0{,}1 \Rightarrow p(A) = 0{,}5$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow 0{,}5 + 0{,}4 - 0{,}1 \Rightarrow p(A \cup B) = 0{,}8$

c) ¿Son A y B independientes? ¿Son incompatibles?

Resolución

Como $p(A)\,p(B) = 0{,}5\,.\,0{,}4 = 0{,}2 \neq p(A \cap B) = 0{,}1 \Rightarrow$ A y B son dependientes.

A y B son compatibles porque $p(A \cap B) = 0{,}1 \neq 0$

5.- El 17% de la población adulta de una ciudad sigue una dieta de adelgazamiento y practica algún deporte regularmente. El 58% ni sigue una dieta de adelgazamiento ni hace deporte regularmente. Además, se sabe que de los que hacen deporte regularmente, el 50% hace dieta de adelgazamiento.
Se elige al azar un adulto de esa población.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que siga una dieta de adelgazamiento o que practique deporte regularmente?

Resolución

Sean los sucesos A = "Seguir una dieta de adelgazamiento" B = "Practicar algún deporte"

Como $p(A^c \cap B^c) = p(A \cup B)^c = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - p(A^c \cap B^c) = 1 - 0{,}58 = 0{,}42 = 42\%$

Luego, la probabilidad que se pide es del 42%

b) Si el individuo elegido sigue una dieta de adelgazamiento, ¿cuál es la probabilidad de que practique deporte con regularidad?

Resolución

Se pide $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$. Sabemos que $p(A \cap B) = 0{,}17$. Nos falta hallar p(A).

Como $p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A/B)} = \frac{0{,}17}{0{,}5} = 0{,}34$

Por otra parte, como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = p(A \cup B) - p(B) + p(A \cap B)$

$p(A) = 0{,}42 - 0{,}34 + 0{,}17 = 0{,}25$. Luego, $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{0{,}17}{0{,}25} = 0{,}68 = 68\%$

c) ¿Son independientes los sucesos "Seguir una dieta de adelgazamiento" y "Practicar algún deporte regularmente"?

Resolución

Como $p(A)\,p(B) = 0{,}25 \,.\, 0{,}34 = 0{,}085 \neq p(A \cap B) = 0{,}17 \Rightarrow$ A y B son dependientes.

6.- Sean A y B dos sucesos de un experimento aleatorio dado.
Se sabe que p(A) = 0,5, p(A ∪ B) = 0,75 y p(A – B) = 0,3.
a) Calcule p(A ∩ B).

Resolución

Como $p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) - p(A - B) = 0{,}5 - 0{,}3 = 0{,}2$

b) Calcule $p(A/B^c)$.

Resolución

Se pide $p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{p(A - B)}{1 - p(B)}$. Nos falta hallar p(B).

Como $p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(B) = p(A \cup B) - p(A) + p(A \cap B)$

$p(B) = 0{,}75 - 0{,}5 + 0{,}2 = 0{,}45$. Luego, $p(A/B^c) = \frac{p(A - B)}{1 - p(B)} = \frac{0{,}3}{1 - 0{,}45} \cong 0{,}5455$.

c) ¿Son independientes los sucesos A y B? ¿Son los sucesos A y B incompatibles?

Resolución

Como $p(A)\,p(B) = 0{,}5 \,.\, 0{,}45 = 0{,}225 \neq p(A \cap B) = 0{,}2 \Rightarrow$ A y B son dependientes.

A y B son compatibles porque $p(A \cap B) = 0{,}2 \neq 0$

7.- En una localidad andaluza hay tres institutos de ESO. De los 500 estudiantes que cursan 1º de ESO en dicha localidad, 250 están matriculados en el instituto A, 150 en el B y el resto están matriculados en el instituto C. Se sabe que han superado la materia de Matemáticas el 70% del alumnado de 1º de ESO matriculado en el instituto A, el 68% de B y el 73% de C. Se elige al azar un estudiante de 1º de ESO de la citada localidad.

a) Calcule la probabilidad de que no haya superado Matemáticas.

Resolución

Sean los sucesos A = "El alumno esté en el instituto A" B = "El alumno esté en el instituto B"

C = "El alumno esté en el instituto C" M = "El alumno supera Matemáticas"

Construimos la siguiente tabla con los datos del problema:

	A	B	C	Total
M	70% de 250 = 175	68% de 150 = 102	73% de 100 = 73	350
M^c	250 – 175 = 75	150 – 102 = 48	100 – 73 = 27	150
Total	250	150	500 – 250 – 150 = 100	500

Por la regla de Laplace, $p(M^c) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles} = \frac{150}{500} = \frac{3}{10} = 0{,}3 = 30\%$

b) Calcule la probabilidad de que esté matriculado en el instituto A, sabiendo que ha superado Matemáticas.

Resolución $p(A/M) = \frac{p(A \cap M)}{p(M)} = \frac{\frac{175}{500}}{\frac{350}{500}} = \frac{175}{350} = \frac{1}{2} = 0{,}5 = 50\%$

c) Calcule la probabilidad de que esté matriculado en el instituto C y no haya superado Matemáticas.

Resolución Se pide $p(C \cap M^c) = \frac{27}{500} = 0{,}054 = 5{,}4\%$

8.- El 70% de los taxistas de una ciudad tiene 40 años o más y de estos, el 60% es propietario de la licencia del vehículo. Sin embargo, en el caso de los menores de 40 años, son propietarios de la licencia el 23%. Se escoge al azar un taxista de esa ciudad.

a) Calcule la probabilidad de que sea propietario de la licencia del vehículo.

Resolución

Sean los sucesos

A = "El taxista tiene 40 años o más" B = "El taxista es propietario de la licencia del vehículo"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	A^c	Total
B	60% de 70% = 42%	23% de 30% = 6,9%	48,9%
B^c	70% – 42% = 28%	30% – 6,9% = 23,1%	100% – 48,9% = 51,1%
Total	70%	100% – 70%= 30%	100%

Usando la tabla de porcentajes, p(B) = 48,9%.

b) Sabiendo que no es propietario de la licencia, calcule la probabilidad de que tenga 40 años o más.

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(A/B^c) = \frac{p(A \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{28\%}{51{,}1\%} = \frac{28}{51{,}1} \cong 0{,}5479 = 54{,}79\%$

c) Calcule la probabilidad de que sea propietario de la licencia o tenga menos de 40 años.

Resolución $p(B \cup A^c) = p(B) + p(A^c) - p(B \cap A^c) = 48{,}9\% + 30\% - 6{,}9\% = 72\%$

9.- (prueba ordinaria) El 65% de los turistas que visitan una provincia elige alojamientos en la capital y el resto en zonas rurales. Además, el 75% de los turistas que se hospedan en la capital y el 15% de los que se hospedan en zonas rurales, lo hacen en hoteles, mientras que el resto lo hace en apartamentos turísticos. Se elige al azar un turista de los que se han alojado en esa provincia.
a) ¿Cuál es la probabilidad de que se haya hospedado en un hotel?

Resolución

Sean los sucesos

A = "El turista tiene se aloja en la capital"   B = "El turista se hospeda en un hotel"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes:

	A	A^c	Total
B	75% de 65% = 48,75%	15% de 35% = 5,25%	54%
B^c	65% – 48,75% = 16,25%	35% – 5,25% = 29,75%	46%
Total	65%	100% – 65% = 35%	100%

Usando la tabla de porcentajes, p(B) = 54%.

b) Si se sabe que se ha hospedado en un apartamento turístico, ¿cuál es la probabilidad de que el apartamento esté en zonas rurales?

Resolución

Usando la tabla de porcentajes, $p(A^c/B^c) = \frac{p(A^c \cap B^c)}{p(B^c)} = \frac{29{,}75\%}{46\%} = \frac{29{,}75}{46} \cong 0{,}6467 = 64{,}67\%$

10.- (prueba ordinaria) El 69% de los habitantes de una determinada ciudad ven series, el 35% películas y el 18% no ven ni series ni películas. Se elige al azar un habitante de la ciudad.
a) Calcule la probabilidad de que vea series o películas.

Resolución

Sean los sucesos A = "El ciudadano ve series"   B = "El ciudadano ve películas". Se pide $p(A \cup B)$.

$p(A^c \cap B^c) = p[(A \cup B)^c] = 1 - p(A \cup B) \Rightarrow p(A \cup B) = 1 - p(A^c \cap B^c) = 1 - 0{,}18 = 0{,}82 = 82\%$

b) Sabiendo que ve series, calcule la probabilidad de que vea películas.

Resolución

Se pide $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)}$. Falta hallar $p(A \cap B)$

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A \cap B) = p(A) + p(B) - p(A \cup B)$

$p(A \cap B) = 69\% + 35\% - 82\% = 22\%$. Luego, $p(B/A) = \frac{p(A \cap B)}{p(A)} = \frac{22\%}{69\%} = \frac{22}{69} \cong 0{,}3188 = 31{,}88\%$

c) ¿Cuál es la probabilidad de que vea series y no vea películas?

Resolución Se pide $p(A \cap B^c) = p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = 69\% - 22\% = 47\%$.

11.- (prueba extraordinaria) Una marca de patinetes eléctricos fabrica tres modelos distintos A, B y C. El modelo A supone el 25% de su producción, el B el 40% y el resto de la producción corresponde al modelo C. Transcurridos tres meses desde su venta, se comprobó que el 15% de patinetes del modelo A, el 10% del B y el 12% del C había presentado alguna avería. Se elige al azar un patinete de esta marca.
a) Calcule la probabilidad de que dicho patinete haya presentado alguna avería.

Resolución

Sean los sucesos

A = "El patinete es de la marca A" B = "El patinete es de la marca B"

C = "El patinete es de la marca C" D = "El patinete ha presentado alguna avería"

Construimos la siguiente tabla de porcentajes con los datos del problema:

	A	B	C	Total
D	15% de 25% = 3,75%	10% de 40% = 4%	12% de 35% = 4,2%	11,95%
D^c	25% – 3,75% = 21,25%	40% – 4% = 36%	35% – 4,2% = 30,8%	88,05%
Total	25%	40%	100% – 25% – 40% = 35%	100%

Usando la tabla de porcentajes, p(D) = 11,95%

b) Si sabemos que el patinete elegido es del modelo A, ¿cuál es la probabilidad de que no haya presentado avería?

Resolución Usando la tabla de porcentajes, $p(D^c/A) = \frac{p(A \cap D^c)}{p(A)} = \frac{21{,}25\%}{25\%} = \frac{21{,}25}{25} = 0{,}85 = 85\%$

c) Calcule la probabilidad de que haya presentado avería o sea del modelo C.

Resolución $p(D \cup C) = p(D) + p(C) - p(D \cap C) = 11{,}95\% + 35\% - 4{,}2\% = 42{,}75\%$

12.- (prueba extraordinaria) De dos sucesos A y B de un mismo espacio muestral se sabe que:

$$p(A \cap B) = 0{,}2 \quad p(A \cup B) = 0{,}4 \quad p(A/B) = 0{,}8$$

a) Calcule p(B) y p(A).

Resolución

$$p(A/B) = \frac{p(A \cap B)}{p(B)} \Rightarrow p(B) = \frac{p(A \cap B)}{p(A/B)} = \frac{0{,}2}{0{,}8} = 0{,}25$$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) \Rightarrow p(A) = p(A \cup B) + p(A \cap B) - p(B) = 0{,}4 + 0{,}2 - 0{,}25 = 0{,}35$$

b) ¿Son los sucesos A y B independientes? Razone la respuesta.

Resolución Como $p(A)\, p(B) = 0{,}35 \,.\, 0{,}25 = 0{,}0875 \neq p(A \cap B) = 0{,}2 \Rightarrow$ A y B son dependientes.

c) Calcule $p(A^c \cup B^c)$.

Resolución $p(A^c \cup B^c) = p[(A \cap B)^c] = 1 - p(A \cap B) = 1 - 0{,}2 = 0{,}8$