**1.-** **(prueba ordinaria)** Se consideran las matrices

, , , siendo a un número real.

a) Obtenga los valores de a para los que la matriz A tenga inversa.

**Resolución** det A = a2 – a – 4a +12 – 2 – a2 + 3a = –2a + 10 = 0 ⇔ a = 5. Para A tiene inversa

b) Para a = 1, resuelva la ecuación XA – B = CA.

**Resolución**

Trasponiendo términos, XA = B + CA. Como existe A–1, Multiplicando por A–1, por la derecha, en los dos miembros: XAA–1 = XI = X = (B + CA)A–1 = BA–1 + CAA–1. Es decir, X = BA–1 + C

Para a = 1, , det A = –2.1 + 10 = 8

c) Determine razonadamente la dimensión de la matriz D que permita realizar la

operación BA + DCtB

**Resolución**

, ⇒ se puede hacer BA y, además,

, , ⇒ n = 3, para que se pueda hacer el producto ; y m = 1, para que DCtB sea de

orden 1x3 y así poder hacer la suma BA + DCtB. Conclusión: la dimensión de la matriz D es 1 x 3

**2.-** **(prueba extraordinaria)** Dada la matriz , resuelva la ecuación A2X + A4 = A

**Resolución**

Trasponiendo términos en la ecuación, A2X = A – A4 ⇒ AAX = A – AAA2 ;det A = –1 – 8 = –9 ≠ 0 ⇒ ∃ A–1

y también ∃ (A2)–1 = (A–1)2. Multiplicando en los dos miembros de la ecuación, por la izquierda, por (A2)–1, queda: (A2)–1AAX = (A2)–1(A – AAA2) ⇒ A–1A–1AAX = A–1A–1A – A–1A–1AAA2

Como A–1A = I y la matriz I es el elemento neutro de la multiplicación de matrices, queda X = A–1 – A2

3.- Se consideran las matrices

a) Halle la matriz que satisface la ecuación .

**Resolución**

Multiplico por P, por la izquierda, y por P–1, por la derecha, en ambos miembros:

Queda . Es decir, . Observa que det P = –1 – 1 = –2 ≠ 0

b) Compruebe que .

**Resolución**

⇒ ⇒

4.- Se consideran las matrices , y

a) Resuelva la siguiente ecuación

**Resolución**

Sea y llamando queda DXC = F.

det D = –1 ≠ 0,

det C = 1 + 6 – 3 – 3 = 1 ≠ 0,

En la ecuación DXC = F multiplico los dos miembros por D–1, por la izquierda, y por C–1, por la derecha, y

queda . Queda . Es decir, .

Sustituyendo,

b) Halle las dimensiones de las matrices 𝐷 y 𝐸 para que tenga sentido la igualdad AD = EB

**Resolución**

Recuerda que , .

y . Para poder hacer AD debe ser m = 3 y quedaría

y . Para poder hacer EB debe ser q = 3 y quedaría

Como debe ser p = 2, n = 2

Resumiendo, m = 3, n = 2 ; p = 2, q = 3 ⇒ D es 3 x 2, y E es 2 x 3,

5.- Se consideran las matrices

a) Determine las matrices 𝑋 e 𝑌 que satisfacen simultáneamente las ecuaciones 2𝑋 − 𝑌 = 4𝐴 ; 𝑋 + 𝑌 = 𝐵

**Resolución**

Sumando las ecuaciones, 3X = 4A + B,

Despejando Y de la 2ª ecuación,

b) Calcule la matriz 𝐶2024.

**Resolución**

; ; …

En general, y en particular

c) Si 𝐷 es una matriz de dimensión 2 × 3, razone si las siguientes operaciones se pueden realizar y, en

aquellos casos en los que sea posible, indique la dimensión de la matriz resultante:

𝐴𝑡𝐵 + 𝐷𝐷𝑡 𝐷𝐵𝑡 + 𝐴 𝐷𝑡𝐴𝑡 + 𝐷

**Resolución**

y ⇒ se puede hacer AtB porque el nº de filas de B coincide con el de columnas de Bt.

Además,

⇒ se puede hacer DDt porque el nº de filas de Dt coincide con el de columnas de D.

Además,

Por tanto, se puede realizar por ser matrices de la misma dimensión

⇒ NO se puede hacer DBt porque el nº de filas de Bt NO coincide con el de columnas de D.

Por tanto, NO se puede realizar

⇒ se puede hacer DtAt porque el nº de filas de At coincide con el de columnas de Dt.

Además,

Por tanto, NO se puede realizar por ser matrices de DISTINTA dimensión

6.- Se consideran las matrices

siendo a un número real.

a) Halle el valor de a para que se verifique que 𝑀t𝑉 = (5 1 5)t.

**Resolución**

⇒ ⇒

Operando e igualando elementos,

Por tanto, debe ser a = 1

b) Calcule 𝑀–1 y resuelva la ecuación matricial 𝑋𝑀 – 𝐼3 = 𝑁.

**Resolución**

det M = 1 + 2 – 1 – 1 = 1 ≠ 0,

Trasponiendo términos en la ecuación, 𝑋𝑀 = 𝐼3 + 𝑁. Multiplico por M–1, por la derecha, en ambos

miembros: ⇒

La solución de la ecuación es

c) Razone si las operaciones 2𝑉𝑁t y (𝑁 + 𝑀t)𝑉 se pueden realizar y, en aquellos casos en que sea

posible, indique la dimensión de la matriz resultante.

**Resolución**

⇒ NO se puede realizar 2VNt porque el nº de filas de Nt NO coincide con el de

columnas de 2V.

⇒ se puede realizar por ser matrices de la misma dimensión y

⇒ se puede hacer (N + Mt)V porque el nº de filas de V coincide con el de columnas

de (N + Mt). Además,