GEOMETRÍA EN EL ESPACIO

Componentes de un vector.	Módulo de un vector.	Operaciones con vectores.
Origen: $A:(a_1,b_1,c_1)$ Extremo: $B:(a_2,b_2,c_2)$ Componentes: Diferencia entre las coordenadas del extremo y las del origen: $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}$ $\overrightarrow{AB}=(a_2-a_1,b_2-b_1,c_2-c_1)$	$\vec{v}=(a,b,c)\rightarrow\lvert\vec{v}\rvert=\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ Vector unitario: $\lvert\vec{v}\rvert=1$ Si $\vec{v}$ no es unitario, entonces el vector $\dfrac{\vec{v}}{\lvert\vec{v}\rvert}$ es unitario y el vector $k\cdot\dfrac{\vec{v}}{\lvert\vec{v}\rvert}$, con $k>0$, tiene módulo k.	$\vec{v}=(a_1,b_1,c_1)$, $\vec{w}=(a_2,b_2,c_2)$ Suma y diferencia: $\vec{v}\pm\vec{w}=(a_1\pm a_2,b_1\pm b_2,c_1\pm c_2)$ Producto por un número: $r\cdot\vec{v}=(r\cdot a_1,r\cdot b_1,r\cdot c_1),\ r\in\mathbb{R}$

Dos vectores $\vec{v}=(a_1,b_1,c_1)$ y $\vec{w}=(a_2,b_2,c_2)$ son linealmente dependientes si son proporcionales, es decir, si $\vec{w}=r\cdot\vec{v},\ r\in\mathbb{R}$.

También, si se verifica: $\dfrac{a_2}{a_1}=\dfrac{b_2}{b_1}=\dfrac{c_2}{c_1}$

Tres vectores $\vec{u}=(a_1,b_1,c_1)$, $\vec{v}=(a_2,b_2,c_2)$ y $\vec{w}=(a_3,b_3,c_3)$ son linealmente dependientes si uno cualquiera de ellos se puede expresar como combinación lineal de los otros dos: $\vec{w}=r\cdot\vec{u}+s\cdot\vec{v}\quad r,s\in\mathbb{R}$.

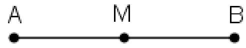
También si el determinante formado por los tres vectores es 0. En caso contrario son linealmente independientes.

$$\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_2 \end{vmatrix}=0$$

Tres puntos A, B y C están alineados si los vectores $\overrightarrow{AB}$ y $\overrightarrow{AC}$ son proporcionales.

Cuatro puntos A, B, C y D son coplanarios (están en el mismo plano) si los vectores $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AC}$ y $\overrightarrow{AD}$ son linealm. dependientes.

Punto medio M de un segmento AB. $\overrightarrow{AB}=2\overrightarrow{AM}\quad\rightarrow\quad M_{AB}:\left(\dfrac{a_1+a_2}{2},\dfrac{b_1+b_2}{2},\dfrac{c_1+c_2}{2}\right)$



Puntos que dividen a un segmento AB en n partes iguales. $\left(1^{er}\text{ punto, } P_1:\overrightarrow{AB}=n\overrightarrow{AP_1}\right)$

Producto escalar.	Producto vectorial.	Producto mixto.
$\vec{u}=(a_1,b_1,c_1)$, $\vec{v}=(a_2,b_2,c_2)$ $\vec{u}\cdot\vec{v}=\lvert\vec{u}\rvert\cdot\lvert\vec{v}\rvert\cdot\cos(\vec{u},\vec{v})$ $\vec{u}\cdot\vec{v}=a_1\cdot a_2+b_1\cdot b_2+c_1\cdot c_2$ $\cos(\vec{u},\vec{v})=\dfrac{\vec{u}\cdot\vec{v}}{\lvert\vec{u}\rvert\cdot\lvert\vec{v}\rvert}$ $\vec{u}\neq\vec{0},\vec{v}\neq\vec{0}\rightarrow\vec{u}\cdot\vec{v}=0\leftrightarrow\vec{u}\perp\vec{v}$	$\vec{u}=(a_1,b_1,c_1)$, $\vec{v}=(a_2,b_2,c_2)$ $\vec{u}\times\vec{v}=\left(\begin{vmatrix} b_1 & c_1 \\ b_2 & c_2 \end{vmatrix},-\begin{vmatrix} a_1 & c_1 \\ a_2 & c_2 \end{vmatrix},\begin{vmatrix} a_1 & b_1 \\ a_2 & b_2 \end{vmatrix}\right)$ Es un vector perpendicular a $\vec{u}$ y $\vec{v}$ $\vec{u}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=0$ y $\vec{v}\cdot(\vec{u}\times\vec{v})=0$ $\vec{u}\neq\vec{0},\vec{v}\neq\vec{0}\rightarrow\vec{u}\times\vec{v}=0\leftrightarrow\vec{u}=r\vec{v}$	$\vec{u}=(a_1,b_1,c_1)$, $\vec{v}=(a_2,b_2,c_2)$ y $\vec{w}=(a_3,b_3,c_3)$ $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]=\vec{u}\cdot(\vec{v}\times\vec{w})=\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix}$ $[\vec{u},\vec{v},\vec{w}]=0\leftrightarrow\vec{u},\vec{v},\vec{w}$ linealm. dep.

Ecuaciones de la recta r que pasa por el punto $P:(x_0,y_0,z_0)$ y tiene por vector director $\vec{v}=(a,b,c)$.

Ecuación vectorial:	Ec. paramétricas:	Ecuación continua:	Ecuaciones implícitas:
$(x,y,z)=(x_0,y_0,z_0)+t\cdot(a,b,c)$	$\begin{cases} x=x_0+t\cdot a \\ y=y_0+t\cdot b \\ z=z_0+t\cdot c \end{cases}$	$\dfrac{x-x_0}{a}=\dfrac{y-y_0}{b}=\dfrac{z-z_0}{c}$	$r:\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z=D_1 \\ A_2x+B_2y+C_2z=D_2 \end{cases}$

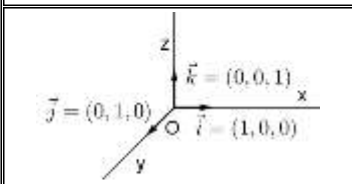
De las ecuaciones paramétricas se obtiene un punto genérico de la recta r: $P_r:(x_0+t\cdot a,y_0+t\cdot b,z_0+t\cdot c)$

Si se conocen las ecuaciones implícitas de la recta, las ecuaciones paramétricas se obtienen resolviendo el sistema de ecuaciones. También se puede calcular el vector director como $\vec{v}_r=\vec{n}_1\times\vec{n}_2$.

$$\left.\begin{aligned} A_1x+B_1y+C_1z=D_1 &\rightarrow \vec{n}_1=(A_1,B_1,C_1) \\ A_2x+B_2y+C_2z=D_2 &\rightarrow \vec{n}_1=(A_1,B_1,C_1) \end{aligned}\right\}\rightarrow\vec{v}_r=\vec{n}_1\times\vec{n}_2$$

Plano que pasa por el punto $P:(x_0,y_0,z_0)$ y tiene por vectores directores $\vec{v}=(a_1,b_1,c_1)$ y $\vec{w}=(a_2,b_2,c_2)$.

Ecuación vectorial:	Ecuaciones paramétricas:	Ecuación implícita:	
$(x,y,z)=\overrightarrow{OX}+t\cdot\vec{v}+s\cdot\vec{w}$ $\overrightarrow{OX}=(x_0,y_0,z_0)$	$\begin{cases} x=x_0+t\cdot a_1+s\cdot a_2 \\ y=y_0+t\cdot b_1+s\cdot b_2 \\ z=z_0+t\cdot c_1+s\cdot c_2 \end{cases}$	$\begin{vmatrix} x-x_0 & a_1 & a_2 \\ y-y_0 & b_1 & b_2 \\ z-z_0 & c_1 & c_2 \end{vmatrix}=0$	$\pi:Ax+By+Cz=D$ Vector normal al plano: $\vec{n}_\pi=(A,B,C)$



Ecuaciones implícitas de los ejes y planos coordenados.

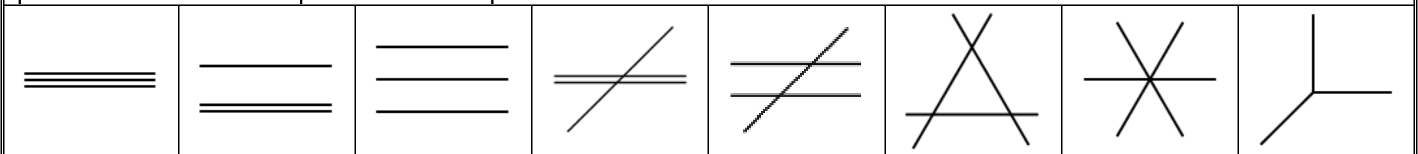
Eje OX: $\begin{cases} y=0 \\ z=0 \end{cases}$	Eje OY: $\begin{cases} x=0 \\ z=0 \end{cases}$	Eje OZ: $\begin{cases} x=0 \\ y=0 \end{cases}$
Plano OYZ: $x=0$	Plano OXZ: $y=0$	Plano OXY: $z=0$

Posición relativa de dos planos: $\pi_1: A_1x+B_1y+C_1z=D_1$ **y** $\pi_2: A_2x+B_2y+C_2z=D_2$ **.**		
Coincidentes: $\dfrac{A_2}{A_1}=\dfrac{B_2}{B_1}=\dfrac{C_2}{C_1}=\dfrac{D_2}{D_1}$	Paralelos: $\dfrac{A_2}{A_1}=\dfrac{B_2}{B_1}=\dfrac{C_2}{C_1}\neq\dfrac{D_2}{D_1}$	Secantes: $\dfrac{A_2}{A_1}\neq\dfrac{B_2}{B_1}$ o $\dfrac{A_2}{A_1}\neq\dfrac{C_2}{C_1}$ o $\dfrac{B_2}{B_1}\neq\dfrac{C_2}{C_1}$

Si los planos son secantes, la recta intersección tiene por ecuaciones implícitas las ecuaciones de los dos planos.

Posición relativa de tres planos: $\pi_1: A_1x+B_1y+C_1z=D_1$, $\pi_2: A_2x+B_2y+C_2z=D_2$, $\pi_3: A_3x+B_3y+C_3z=D_3$

Se estudian los planos dos a dos. Si hay varias posibilidades (tres últimos casos), se resuelve el sistema formado por las tres ecuaciones para conocer la posición.



Iguales	Dos iguales y otro paralelo	Tres paralelos	Dos iguales y otro secante	Dos paralelos y otro secante	Se cortan dos a dos	Se cortan en una recta	Se cortan en un punto
C.Indet. 2 p.	Incomp.	Incomp.	C. Indet. 1p.	Incomp.	Incomp.	C. Indet.1p.	Comp. Det.

Posición relativa de una recta y un plano con las ecuaciones implícitas. (Se estudia el sistema de ecuaciones).

$$r:\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z=D_1\\A_2x+B_2y+C_2z=D_2\end{cases}\qquad \pi_3: A_3x+B_3y+C_3z=D_3$$

$$M\mid M^*=\left(\begin{array}{ccc|c}A_1&B_1&C_1&D_1\\A_2&B_2&C_2&D_2\\A_3&B_3&C_3&D_3\end{array}\right)$$

$rgM=2,\ rgM^*=2 \ \rightarrow\ C.I.1p \ \rightarrow\ r\subset\pi$

$rgM=2,\ rgM^*=3 \ \rightarrow\ Incomp. \ \rightarrow\ r\parallel\pi$

$rgM=3,\ rgM^*=3 \ \rightarrow\ C.D. \ \rightarrow\ r\times\pi$

Si la recta y el plano se cortan, el punto de intersección se obtiene resolviendo el sistema con las tres ecuaciones.

Otro procedimiento: con las ecuaciones paramétricas de la recta y la ecuación general del plano.

Se sustituyen los valores de x, y, z, de las ecuaciones paramétricas de la recta, en la ecuación implícita del plano y se calcula el valor de t resolviendo la ecuación.

$$A(x_0+t\cdot a)+B(y_0+t\cdot b)+C(z_0+t\cdot c)=D$$
$$t=?$$

Si se obtiene $0=0 \ \rightarrow\ r\subset\pi$

Si se obtiene $0=a\neq 0 \ \rightarrow\ r\parallel\pi$

Si se obtiene un valor para t $\rightarrow\ r\times\pi$

El punto de intersección se obtiene sustituyendo el valor de t en las ecuaciones paramétricas de la recta.

Posición relativa de dos rectas con las ecuaciones implícitas. (Se estudia el sistema de ecuaciones).

$$r:\begin{cases}A_1x+B_1y+C_1z=D_1\\A_2x+B_2y+C_2z=D_2\end{cases}\qquad s:\begin{cases}A_3x+B_3y+C_3z=D_3\\A_4x+B_4y+C_4z=D_4\end{cases}$$

$$M\mid M^*=\left(\begin{array}{ccc|c}A_1&B_1&C_1&D_1\\A_2&B_2&C_2&D_2\\A_3&B_3&C_3&D_3\\A_4&B_4&C_4&D_4\end{array}\right)$$

$rgM=2,\ rgM^*=2 \ \rightarrow\ C.I.1p \ \rightarrow\ r=s$

$rgM=2,\ rgM^*=3 \ \rightarrow\ Incomp. \ \rightarrow\ r\parallel s$

$rgM=3,\ rgM^*=3 \ \rightarrow\ C.D. \ \rightarrow\ r\times\pi$

$rgM=3,\ rgM^*=4 \ \rightarrow\ Incomp. \rightarrow$ Se cruzan.

Si las dos rectas se cortan, el punto de intersección se obtiene resolviendo el sistema con las cuatro ecuaciones.

Otro procedimiento con los vectores directores y un punto de cada recta.

$$\vec{v}_r=(a_1,b_1,c_1)$$
$$\vec{v}_s=(a_2,b_2,c_2)$$
$$P_r:(x_1,y_1,z_1),\ P_s:(x_2,y_2,z_2)$$
$$\overrightarrow{P_rP_s}=(a_3,b_3,c_3)$$

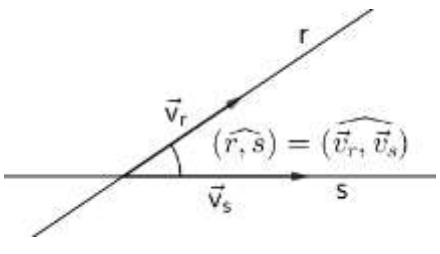
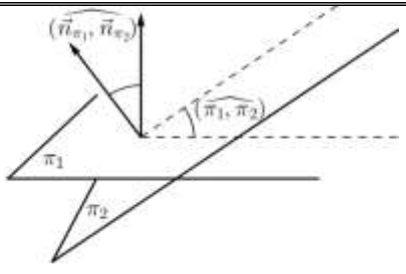
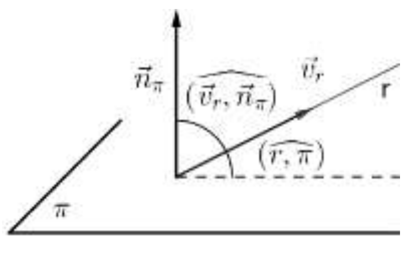
$$M=\begin{pmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\end{pmatrix}\qquad M^*=\begin{pmatrix}a_1&b_1&c_1\\a_2&b_2&c_2\\a_3&b_3&c_3\end{pmatrix}$$

$rgM=1,\ rgM^*=1 \ \rightarrow\ r=s$

$rgM=1,\ rgM^*=2 \ \rightarrow\ r\parallel s$

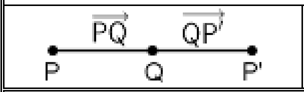
$rgM=2,\ rgM^*=2 \ \rightarrow\ r\times\pi$

$rgM=2,\ rgM^*=3 \ \rightarrow$ Se cruzan

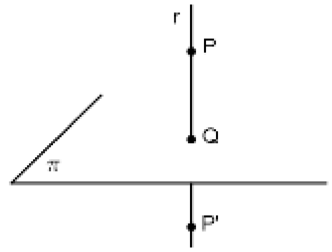
Ángulo entre dos rectas.	**Ángulo entre dos planos.**	**Ángulo entre recta y plano.**
		
$\cos(r,s)=\lvert\cos(\vec{v}_r,\vec{v}_s)\rvert=\dfrac{\lvert\vec{v}_r\cdot\vec{v}_s\rvert}{\lvert\vec{v}_r\rvert\cdot\lvert\vec{v}_s\rvert}$	$\cos(\pi_1,\pi_2)=\lvert\cos(\vec{n}_{\pi_1},\vec{n}_{\pi_2})\rvert=\dfrac{\lvert\vec{n}_{\pi_1}\cdot\vec{n}_{\pi_2}\rvert}{\lvert\vec{n}_{\pi_1}\rvert\cdot\lvert\vec{n}_{\pi_2}\rvert}$	$sen(r,\pi)=\lvert\cos(\vec{v}_r,\vec{n}_\pi)\rvert=\dfrac{\lvert\vec{v}_r\cdot\vec{n}_\pi\rvert}{\lvert\vec{v}_r\rvert\cdot\lvert\vec{n}_\pi\rvert}$

Luis Barrios Calmaestra

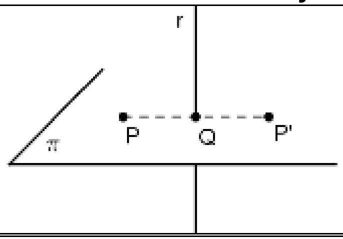
Distancia entre dos puntos. Punto simétrico.

	Distancia de P a Q: $d(P,Q)=\left\lvert \overrightarrow{PQ} \right\rvert$	Punto P' simétrico de P respecto de Q: $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QP'}$

Proyección, distancia y simétrico de un punto respecto de un plano.

	1º. Recta r, perpendicular a π por P. 2º. Punto Q, proyección (mínima distancia) de P sobre π: $Q=\pi\cap r$. 3º. Punto P', simétrico de P respecto de π: $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QP'}$. 4º. $d(P,\pi)=d(P,Q)=\left\lvert \overrightarrow{PQ} \right\rvert$.	Fórmula para $d(P,\pi)$ $P:(x_0,y_0,z_0)$ $\pi: Ax+By+Cz=D$ $d(P,\pi)=\dfrac{\lvert Ax_0+By_0+Cz_0+D \rvert}{\sqrt{A^2+B^2+C^2}}$

Proyección, distancia y simétrico de un punto respecto de una recta.

	1º. Plano π, perpendicular a r por P. 2º. Punto Q, proyección (mínima distancia) de P sobre r: $Q=\pi\cap r$. 3º. Punto simétrico, P': $\overrightarrow{PQ}=\overrightarrow{QP'}$. 4º. $d(P,r)=d(P,Q)=\left\lvert \overrightarrow{PQ} \right\rvert$.	Si P_r es un punto cualquiera de la recta y $\vec{v}_r$ es el vector director: $d(P,r)=\dfrac{\left\lvert \overrightarrow{P_rP}\times\vec{v}_r \right\rvert}{\lvert \vec{v}_r \rvert}$

Proyección, distancia y simétrica de una recta respecto un plano.

$r\subset\pi \;\rightarrow\; d(r,\pi)=0$ $r\parallel\pi \;\rightarrow\; d(r,\pi)\neq 0$ $r\nparallel\pi \;\rightarrow\; d(r,\pi)=0$	Proyección: intersección de dos planos. 1º. Plano π. 2º. Plano π', que contiene a r y es perpendicular a π.	Distancia. Se coge un punto de la recta y se calcula la distancia del punto al plano. Simétrica. Recta que pasa por los simétricos de dos puntos de la recta respecto del plano.
$r\perp\pi \;\rightarrow\; d(r,\pi)=0$	Proyección: punto de intersección.	Simetría: la misma recta.

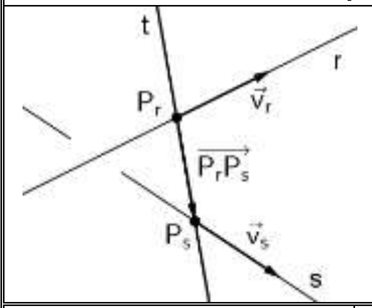
Distancia entre dos planos.

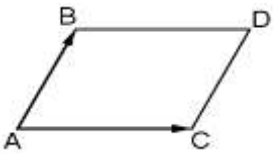
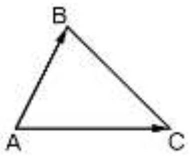
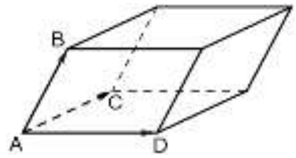
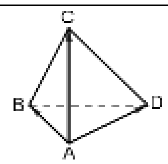
$\pi=\pi' \;\rightarrow\; d(\pi,\pi')=0$ $\pi\nparallel\pi' \;\rightarrow\; d(\pi,\pi')=0$ $\pi\parallel\pi' \;\rightarrow\; d(\pi,\pi')\neq 0$	Distancia ($\pi\parallel\pi'$). Se coge un punto de uno de los planos y se calcula la distancia del punto al otro plano.	Simétrico ($\pi\nparallel\pi'$). Plano que contiene a la recta de intersección y al simétrico de un punto respecto del otro plano. Simétrico ($\pi\parallel\pi'$). Plano paralelo que contiene al simétrico de un punto respecto del otro plano.

Distancia entre dos rectas paralelas.

Se coge un punto de una de las rectas y se calcula la distancia del punto a la otra recta.

Perpendicular común. Distancia entre dos rectas que se cruzan.

	1º. Sean P_r y P_s puntos genéricos de r y s. 2º. El vector $\overrightarrow{P_rP_s}$ es perpendicular a los vectores directores de $\vec{v}_r$ y $\vec{v}_s$ de r y s. 3º. La perpendicular común es la recta que pasa por P_r y P_s. 4º. $d(r,s)=d(P_r,P_s)=\left\lvert \overrightarrow{P_rP_s} \right\rvert$	Fórmula para $d(r,s)$ Sean P_r y P_s puntos de cada recta y $\vec{v}_r$ y $\vec{v}_s$ los vectores directores: $d(r,s)=\dfrac{\left\lvert \left[\overrightarrow{P_rP_s},\vec{v}_r,\vec{v}_s\right] \right\rvert}{\lvert \vec{v}_r\times\vec{v}_s \rvert}$

Área de un paralelogramo	**Área de un triángulo.**	**Vol. de un paralelepípedo.**	**Vol. de un tetraedro.**
			
$S=\left\lvert \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} \right\rvert$	$S=\dfrac{\left\lvert \overrightarrow{AB}\times\overrightarrow{AC} \right\rvert}{2}$	$V=\left\lvert \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right] \right\rvert$	$V=\dfrac{\left\lvert \left[\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC},\overrightarrow{AD}\right] \right\rvert}{6}$

Haz de planos: conjunto de planos que contienen a una recta.

$r:\begin{cases} A_1x+B_1y+C_1z=D_1 \\ A_2x+B_2y+C_2z=D_2 \end{cases}$	Se multiplica la segunda ecuación por un parámetro y se suma a la primera: $(A_1+\lambda A_2)x+(B_1+\lambda B_2)y+(C_1+\lambda C_2)z=D_1+\lambda D_2$ y $A_2x+B_2y+C_2z=D_2$

Actividades básicas. (Puede haber otros procedimientos distintos a los indicados).	
Plano π que contiene a un punto P y una recta r.	**Plano π que contiene a dos rectas r y s.**
Se coge un punto P_r cualquiera de r. Se calcula la ecuación del plano con P, el vector director de la recta r, y el vector $\overrightarrow{PP_r}$.	Se coge un punto cualquiera de las dos rectas. Se calcula la ecuación del plano con el punto y los vectores directores de las dos rectas.
Recta s paralela a otra recta r por un punto P.	**Plano π paralelo a otro plano π' por un punto P.**
Se calcula s con el punto P y el vector director de r.	Los coeficientes de x, y, z en la ecuación general del plano π' son los mismos coeficientes de π . El término independiente se calcula sustituyendo en la ecuación las coordenadas del punto P.
Recta r paralela al plano π que contiene al punto P.	**Recta r que contiene al punto P y es paralela a dos planos.**
Hay infinitas rectas con estas condiciones. Cualquiera de ellas se calcula con el punto P y un vector cualquiera del plano.	Se puede calcular como intersección de dos planos paralelos a cada uno de ellos y que contienen al punto P. Otra forma: con el punto P y el vector director: $\vec{v}_r = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$
Plano que contiene a un punto y es paralelo a dos rectas.	**Plano π que contiene a la recta r y es paralelo a la recta s.**
Se calcula la ecuación del plano con el punto P y los vectores directores de las dos rectas.	Se calcula la ecuación del plano con un punto de la recta r y los vectores directores de las dos rectas.
Recta t que pasa por un punto P y corta (se apoya) a las rectas r y s.	**Plano π mediatriz del segmento AB por su punto medio.**
Intersección de dos planos: 1º. Plano π que contiene al punto P y a la recta r. 2º. Plano π' que contiene al punto P y a la recta s.	Plano que tiene como vector normal $\overrightarrow{AB}$ y pasa por el punto medio del segmento AB.
Recta r perpendicular a un plano π por un punto P.	**Plano π perpendicular a una recta r por un punto P.**
Se calcula la ecuación de la recta con el punto P y como vector director el vector normal del plano. $\vec{v}_r = \vec{n}_\pi$	El vector director de la recta es el vector normal del plano. Los coeficientes de x, y, z son las coordenadas del vector. El término independiente se calcula con el punto P.
Recta s perpendicular y secante a una recta r por un punto P.	
Intersección de dos planos. 1º. Plano π_1 perpendicular a r por P. 2º. Plano π_2 que contiene a r y a P.	1º. Punto genérico de la recta r, P_r . 2º. El punto Q, proyección de P sobre r es el punto de la recta que verifica que: $\overrightarrow{P_rP} \times \vec{v}_r = 0$. 3º. La recta s es la recta que pasa por los puntos P y Q.
Recta t que pasa por un punto P y es perpendicular, pero no es secante, a las rectas r y s.	**Recta t perpendicular y secante a las rectas r y s. (Perpendicular común).**
Recta que pasa por el punto P y tiene como vector director el producto vectorial de los vectores directores: $\vec{v}_t = \vec{v}_r \times \vec{v}_s$.	Intersección de dos planos. 1º. Plano π_1 con P_r , $\vec{v}_r$ y $\vec{v}_r \times \vec{v}_s$. 2º. Plano π_2 con P_s , $\vec{v}_s$ y $\vec{v}_r \times \vec{v}_s$.
Plano π' perpendicular a un plano π por un P.	**Plano π que pasa por un punto P y es perpendicular a los planos π_1 y π_2.**
Hay infinitos planos con estas condiciones. Cualquiera de ellas se calcula con el punto P y como vectores directores, el vector normal al plano π y otro cualquiera.	Plano que pasa por el punto P y tiene como vector normal el producto vectorial de los vectores normales, $\vec{n}_\pi = \vec{n}_1 \times \vec{n}_2$
Plano π' que contiene a la recta r y es perpendicular a un plano π .	**Plano π' paralelo a un plano $\pi : Ax + By + Cz + D = 0$ que dista n unidades de un punto un $P : (x_0, y_0, z_0)$.**
Plano que pasa por el punto un punto cualquiera de la recta r y tiene como vectores el vector director de r y el vector normal del plano π **.**	Se despeja D de la expresión: $d(P,\pi) = \dfrac{\lvert Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D \rvert}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = n$
Planos que equidistan de los planos π_1 y π_2.	**Puntos de una recta r que equidistan de dos puntos A y B.**
Hay dos planos que se obtienen de la igualdad: $\dfrac{\lvert A_1x + B_1y + C_1z + D_1 \rvert}{\sqrt{A_1 + B_1 + C_1}} = \dfrac{\lvert A_2x + B_2y + C_2z + D_2 \rvert}{\sqrt{A_2 + B_2 + C_2}}$	Se coge un punto genérico P_r de la recta r a partir de las ecuaciones paramétricas. Se resuelve la ecuación: $d(A, P_r) = d(B, P_r)$.
Luis Barrios Calmaestra	