DERIVADAS

Definición de derivada de una función f(x) en un punto x_0

$$f'(x_0)=\lim_{h\to 0}\frac{f(x_0+h)-f(x_0)}{h} \qquad f'(x_0)=\lim_{x\to x_0}\frac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}$$

Interpretación geométrica

La derivada de una función f(x) en un punto x_0 es la pendiente de la recta tangente a la curva en el punto $(x_0,f(x_0))$

Recta tangente: $y-f(x_0)=f'(x_0)\cdot(x-x_0)$ Recta normal: $y-f(x_0)=\frac{-1}{f'(x_0)}\cdot(x-x_0)$

Operaciones con funciones derivables

Derivada de una suma o una diferencia: $(f(x)\pm g(x))'=f'(x)\pm g'(x)$

Derivada del producto de un número por una función: $(k\cdot f(x))'=k\cdot f'(x)$

Derivada del producto de dos funciones: $(f(x)\cdot g(x))'=f'(x)\cdot g(x)+f(x)\cdot g'(x)$

Derivada del cociente de dos funciones: $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)'=\frac{f'(x)\cdot g(x)-f(x)\cdot g'(x)}{(g(x))^2}$

Derivada de la composición de dos funciones: $(f(g(x))'=f'(g(x))\cdot g'(x)$

Derivada de las funciones elementales		**Regla de la cadena [u = u(x)]**	
Función	Derivada	Función	Derivada
Derivada de la función potencial de exponente real			
$f(x)=x^{\alpha}\ ,\alpha\in\mathbb{R}$	$f'(x)=\alpha\cdot x^{\alpha-1}$	$f(x)=u^{\alpha}\ ,\alpha\in\mathbb{R}$	$f'(x)=\alpha\cdot u^{\alpha-1}\cdot u'$
Derivada de las funciones logarítmicas			
$f(x)=\ln x=Lx$	$f'(x)=\frac{1}{x}$	$f(x)=\ln u=Lu$	$f'(x)=\frac{u'}{u}$
$f(x)=\log_a x=\frac{\ln x}{\ln a}$	$f'(x)=\frac{1}{\ln a}\cdot\frac{1}{x}$	$f(x)=\log_a u=\frac{\ln u}{\ln a}$	$f'(x)=\frac{1}{\ln a}\cdot\frac{u'}{u}$
Derivada de las funciones exponenciales			
$f(x)=a^x,\quad a\in\mathbb{R}^+-\{1\}$	$f'(x)=a^x\cdot\ln a$	$f(x)=a^u$	$f'(x)=a^u\cdot u'\cdot\ln a$
$f(x)=e^x$	$f'(x)=e^x$	$f(x)=e^u$	$f'(x)=e^u\cdot u'$
Derivada de la función potencial - exponencial			
$f(x)=u^v \Rightarrow y=u^v \Rightarrow \ln y=\ln u^v=v\cdot\ln u \Rightarrow \frac{y'}{y}=v'\cdot\ln u+v\cdot\frac{u'}{u} \Rightarrow y'=u^v\cdot(v'\cdot\ln u+v\cdot\frac{u'}{u})$			
Derivada de las funciones trigonométricas			
$f(x)=sen\ x$	$f'(x)=\cos x$	$f(x)=sen\ u$	$f'(x)=u'\cdot\cos u$
$f(x)=\cos x$	$f'(x)=-sen\ x$	$f(x)=\cos u$	$f'(x)=-u'\cdot sen\ u$
$f(x)=tg\ x=\frac{sen\ x}{\cos x}$	$f'(x)=\frac{1}{\cos^2 x}=1+tg^2x$	$f(x)=tg\ u=\frac{sen\ u}{\cos u}$	$f'(x)=\frac{u'}{\cos^2 u}=u'\cdot(1+tg^2u)$
Derivada de las funciones trigonométricas inversas (recíprocas)			
$f(x)=arcsen\ x$	$f'(x)=\frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$	$f(x)=arcsen\ u$	$f'(x)=\frac{u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$f(x)=\arccos x$	$f'(x)=\frac{-1}{\sqrt{1-x^2}}$	$f(x)=\arccos u$	$f'(x)=\frac{-u'}{\sqrt{1-u^2}}$
$f(x)=arctg\ x$	$f'(x)=\frac{1}{1+x^2}$	$f(x)=arctg\ u$	$f'(x)=\frac{u'}{1+u^2}$

Luis Barrios Calmaestra