TEMA 1
CINEMÁTICA

La **cinemática** es una rama de la física dedicada al estudio del movimiento de los cuerpos sin considerar las causas que hayan podido generarlo. Por tanto la cinemática sólo estudia el movimiento en sí, a diferencia de la dinámica que estudia las interacciones que producen alteraciones en el movimiento (las fuerzas).

Cinemática proviene del griego *κινεω*, *kineo*, movimiento. La cinemática, junto con la dinámica y la estática conforman una rama de conocimiento conocida como **mecánica**.

1 RELATIVIDAD DEL MOVIMIENTO

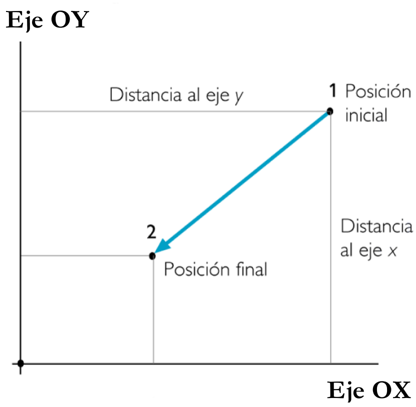
Estudiemos el siguiente caso. Dos personas van en un autobús totalmente aislado del exterior para que los viajeros no noten el movimiento del autobús, una delante y otra detrás, por una carretera recta. Nosotros, que queremos medir la velocidad, nos situamos en la carretera, hacemos dos marcas separadas 50 m y observamos que el autobús tarda 5 s en recorrer esa distancia. Según nuestros cálculos, la persona que va sentada delante del autobús se mueve con una velocidad de 50 m/5 s = 10 m/s, pero el pasajero que va detrás dice que el otro no se ha movido y que, por tanto, su velocidad ha sido 0 m/s. Entonces, ¿cuál es la velocidad correcta del pasajero? Simplemente, una velocidad correcta no existe. Ambas son correctas porque la velocidad, como otras magnitudes, es relativa. ¿De que depende? Pues del sistema de referencia que se utilice para medirla.

Otro ejemplo que ilustra mejor esta situación: pregúntate, ¿cuándo estoy sentado no tengo velocidad? Parece razonable decir que no, pero pensemos que estamos sobre la superficie terrestre y que la Tierra se mueve (a una gran velocidad, por cierto). Entonces, ¿nos movemos cuando estamos sentados? Todo depende del sistema desde el cual estemos estudiando el movimiento.

2 SISTEMAS DE REFERENCIA

Dado que tanto la posición como el movimiento es algo relativo, para describir se requiere referirlo a algo, a algún punto arbitrariamente elegido que nos permita "referir" nuestras observaciones. Para evitar confusiones y facilitar el acuerdo, se requiere que dicho punto sea lo más estable posible para distintos observadores. Los **sistemas de referencia** se emplean tanto para determinar la posición de los objetos como para describir su movimiento. Un sistema de referencia está formado por:

- Un punto tomado como **origen de referencia de coordenadas**. Este punto, en un caso real, podría ser un árbol, una iglesia o un punto kilométrico de una carretera.
- Unos **ejes de coordenadas**. Los ejes se cortan en el origen de referencia. Si el movimiento es tridimensional necesitaremos un sistema con tres ejes, pero este curso no atacaremos esas situaciones.



Para señalar la posición de un cuerpo indicamos la distancia hasta cada eje (lo que llamamos coordenadas). Y para definir su movimiento señalamos cómo cambia esta distancia con el tiempo. Un sistema de referencia espacial indica, de manera precisa, dónde se encuentra el cuerpo en un instante determinado. La coordenada x toma el valor de la distancia que separa la posición del cuerpo de la marca cero del eje OX. Su valor será positivo o negativo dependiendo, igual que antes, de la situación del cuerpo con respecto a la marca cero.

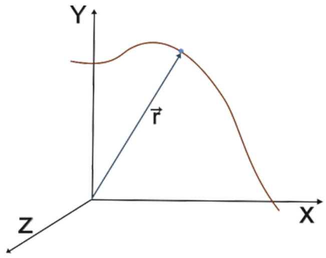
Además, en física es muy habitual realizar representaciones temporales (gráficas) de alguna magnitud, por ejemplo al estudiar cómo cambia la posición o la velocidad en el transcurso del tiempo.

3 Conceptos Cinemáticos Fundamentales

Posición

La **posición** es el lugar que ocupa un cuerpo en un determinado instante. Siempre estará referida a un determinado lugar (Sistema de Referencia, en adelante SR) y puede tener una, dos y hasta tres coordenadas dependiendo del caso. Si un móvil se mueve rectilíneamente nos bastará con utilizar un eje (normalmente elegimos el eje X), porque bastará con una coordenada para ubicarlo inequívocamente (por ejemplo, en la posición 5 m del eje X). Pero si se mueve en el plano, tendremos que decir que se encuentra, por ejemplo, en la posición (3,5) m.

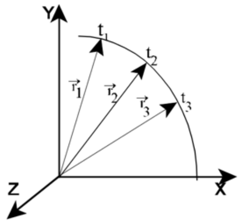
En la imagen adjunta se representa un objeto moviéndose en el espacio. En este caso sería necesaria la indicación de tres coordenadas. El vector que va desde el origen de coordenadas al lugar donde se encuentra el objeto en un momento dado se llama **vector de posición** del cuerpo y se representa con el símbolo ($\vec{r}$). En este caso, al tratarse de un movimiento en 3D, el vector de posición tendría tres coordenadas (x, y, z).



Trayectoria

Se puede definir como la línea que resulta al unir todas las posiciones que ha ocupado el móvil en su movimiento. Según la trayectoria, podemos clasificar los movimientos en **rectilíneos** (la trayectoria es una línea recta) o **curvilíneos** (la trayectoria es una línea curva), que a su vez podrán ser **circulares**, **parabólicos**, etc.

En la imagen se representa un movimiento de trayectoria curvilínea y los vectores de posición ($\vec{r}$) en tres instantes concretos.

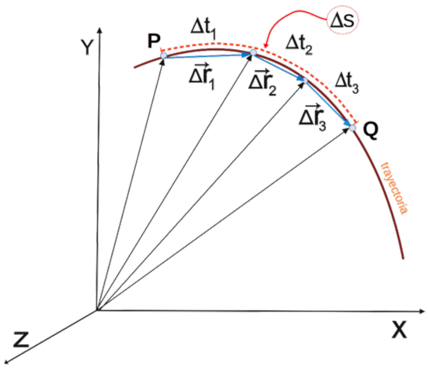


Ejercicio 1. Sostén el bolígrafo en la mano y desplázala sobre un papel al azar pero a medida que la muevas ve punteándolo. Al terminar, une con un trazo los puntos obtenidos y tendrás la trayectoria. ¿Entiendes la relación entre posición y trayectoria?

Ejercicio 2. Intenta recordar los tipos de trayectorias estudiados en cursos anteriores y haz un esquema clasificándolos y pon un ejemplo de cada uno de ellos.

Distancia Recorrida y Desplazamiento.

La **distancia recorrida**, también espacio recorrido, se representa por el símbolo Δs, es la longitud de la trayectoria descrita por el móvil mientras. Esto incluye toda la distancia real recorrida por el móvil. Sin embargo, el **desplazamiento** ($\Delta\vec{r}$) sería la distancia medida en línea recta entre la posición inicial y la posición final del móvil. El desplazamiento, pese a que pueda resultarte más primario, es una magnitud vectorial que nos aporta algunas ventajas para el estudio del movimiento. En la imagen adjunta se recogen los desplazamientos ($\Delta\vec{r}$) en distintos intervalos y la distancia recorrida (Δs, marcada con línea discontinua) cuando un móvil va de un punto P a otro Q. Rotula tú en la gráfica el desplazamiento total de P a Q.

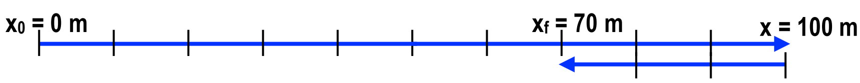


La mayoría de los problemas que afrontaremos serán movimiento rectilíneos, que es el caso más simple, y será posible simplificar la notación vectorial simplemente estableciendo un criterio de signos que nos permita diferenciar los dos sentidos de movimiento posibles dentro de la recta. En dicho caso el desplazamiento lo representamos como Δx *o* Δy según se trate de un movimiento horizontal o vertical, y suele ser suficiente con asignar signo positivo a los desplazamientos hacia arriba y hacia la derecha y con signo negativo los desplazamientos hacia abajo y hacia la izquierda, coincidiendo con el criterio habitual de un sistema de coordenadas cartesiano.

Obviamente, si el movimiento es rectilíneo y el móvil no cambia de sentido desplazamiento y distancia recorrida. El siguiente ejemplo te ayudará a distinguir ambos conceptos.

Ejercicio resuelto 1. ***Un atleta recorre una pista de 100 m de largo hasta el final y 30 m más en sentido contrario. Calcula la distancia recorrida y el desplazamiento.***

El esquema de lo que ha hecho el atleta sería el siguiente:



La distancia recorrida sería la suma de lo que ha corrido en ambos sentidos: Δs= 100 m + 30 m = 130 m.

Pero el desplazamiento sería. $\Delta x = x_f - x_0 = 70\ m - 0m = 70\ m$
Donde el signo positivo indica que se ha desplazado 70 m hacia la derecha (el atleta ha quedado en una posición final 70 m a la derecha del punto de partida).

Rapidez

En física diferenciamos dos conceptos que habitualmente se toman como sinónimos: rapidez y velocidad. Llamamos rapidez a la distancia recorrida por un móvil en la unidad de tiempo (sean cuales sean las unidades que se utilicen para medir el tiempo y la distancia). Las unidades más usuales son el m/s (unidad S.I.) y el km/h (unidad práctica). Sin embargo, es conveniente discriminar entre dos tipos de rapidez: una es la nos indica el ritmo con que se mueve el móvil en cada instante y la otra la que nos informa sobre la rapidez con que ocurrió el movimiento en un intervalo de tiempo. La primera se llama **rapidez instantánea** y la segunda se llama **rapidez media**.

Rapidez media (celeridad media). Rapidez media es el cociente entre la distancia recorrida por un móvil (Δs) y el intervalo de tiempo empleado en recorrer esa distancia (Δt) sea cual sea el tipo de movimiento: curvo o rectilíneo.

Matemáticamente lo expresamos así:

$$\text{rapidez media (r)} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Por ejemplo: si un automóvil va de Mancha Real a Jaén (20 km) en 20 minutos. La rapidez media será:

$$\text{rapidez media (r)} = \frac{\text{distancia recorrida}}{\text{tiempo transcurrido}} = \frac{20\ \text{km}}{20\ \text{minutos}} = 1\ \text{km/min} = 60\ \text{km/h}$$

¿Implica este dato que el automóvil siempre ha marchado con esa rapidez? Obviamente no, puesto que arrancó con rapidez nula, en la autovía pudo ir a 100 km/h, pero antes de llegar al destino seguro que frenó y aceleró bastantes veces. Así pues, la rapidez media no es más que eso, una media. Así, para realizar una descripción más detallada del movimiento se hace necesario definir la **rapidez instantánea**, que sería la rapidez en un instante concreto, lo que matemáticamente equivale a realizar una media en un intervalo de tiempo muy muy pequeño, en matemáticas se habla de in infinitesimal de tiempo (¡casi cero!) y se expresa de la forma:

$$\text{rapidez instantánea} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Obviamente, si un móvil se desplaza con rapidez constante, la rapidez media e instantánea coincidirán.

<u>**Ejercicio resuelto 2.**</u> ***En la figura se muestra una vista área del camino seguido por una persona que parte del punto A llega al punto B, a 400 m de A, en 4 minutos. Luego avanza de B a C, separados 400 m también y tarda 5 minutos en hacerlo. Finalmente va de C a D (500 m) y tarda 10 minutos en recorrer ese tramo. Calcula la rapidez media en los tres trayectos y la rapidez media entre A y D***

Sin más que aplicar la definición:

$$\text{rapidez media (AB)} = \frac{400\ \text{m}}{4\ \text{min}} = 100\ \text{m/min}\ ; \qquad \text{rapidez media (BC)} = \frac{400\ \text{m}}{5\ \text{min}} = 80\ \text{m/min}$$

$$\text{rapidez media (CD)} = \frac{500\ \text{m}}{10\ \text{min}} = 50\ \text{m/min}$$

Para todo el trayecto:

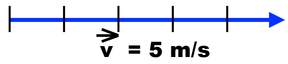
$$\text{rapidez media (AD)} = \frac{1300\ \text{m}}{19\ \text{min}} = 68{,}4\ \text{m/min}$$

Analiza el valor que se ha obtenido. Calcula el valor de la rapidez entre A y C y entre B y D. Observarás algo parecido. Discute sobre el hecho de que la rapidez tenga un valor intermedio entre los valores que toma cuando el trayecto se hace por etapas.

Velocidad.

La **velocidad** es una magnitud vectorial que nos ofrece más información que la rapidez. Al tratarse de una magnitud **vectorial**, tendrá un módulo una dirección y un sentido. El módulo (valor numérico) nos informa de rapidez o celeridad, pero además de esto, la velocidad nos indica la dirección y sentido del movimiento.

Hemos de recordar que una magnitud vectorial es aquella que se define mediante un vector y que éste informa sobre la cuantía de la magnitud (**módulo**), la orientación (**dirección**), la posibilidad de dirigirse a un lado u otro de esa orientación (**sentido**) y el punto donde está aplicada esa magnitud (**punto de aplicación**). Por ejemplo: el vector de la figura es un vector velocidad cuyo módulo vale 5 m/s, tiene una dirección horizontal y su sentido se dirige a la derecha.

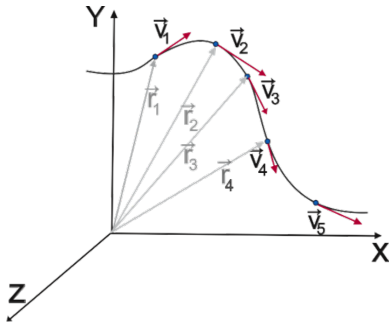


De forma análoga a como se distinguen rapidez media e instantánea, también existen la velocidad media e instantánea. Se define la **velocidad media** o velocidad promedio en un intervalo de tiempo dado, se define como el cociente del vector desplazamiento ($\Delta\vec{r}$) y el tiempo (Δt) invertido en dicho desplazamiento:

$$\vec{v}_{media} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$$

La velocidad instantánea, obviamente, sería la velocidad del móvil en un instante y lugar determinado, pero su definición matemática es algo más compleja ya que está relacionada con el cálculo de límites que estudiaremos en cursos superiores: $\vec{v} = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$

Pero lo importante ahora mismo es que entiendas que la velocidad instantánea es algo más que un simple número con su unidad. También hay que indicara la dirección y el sentido de un movimiento, es decir, se trata de una magnitud vectorial. En la ilustración adjunta se recoge un movimiento de trayectoria variada y la representación de los vectores de posición y velocidad instantánea en cinco instantes determinados. Fíjate cómo la velocidad es siempre tangente a la trayectoria. ¿Sabrías decir en qué instante va más rápido la partícula? ¿En qué te basas?

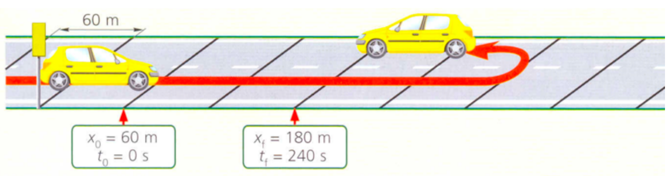


Afortunadamente, este curso no estudiaremos movimientos compuestos por lo que podremos simplificar el lenguaje vectorial formal, y las expresiones anteriores pueden dejarse de forma más "amistosa" como:

$$v_{media} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

IMPORTANTE: *En cualquier movimiento rectilíneo la trayectoria siempre se puede hacer coincidir con alguno de los ejes de coordenadas cartesianas, lo que nos ayudará mucho porque podremos tratar el carácter vectorial de las magnitudes vectoriales (posición, desplazamiento, velocidad, aceleración) mediante un criterio de signos (positivo para un sentido y negativo para el otro)*

Ejercicio 3. *Un coche describe el movimiento que se recoge abajo.*



a) calcula el desplazamiento y el espacio recorrido por el coche.

b) Halla el valor de rapidez media y velocidad media. ¿Por qué no coinciden? ¿Se te ocurre alguna solución mejor para estudiar este movimiento?

4 Clasificación de movimientos

Los movimientos se pueden clasificar según su trayectoria y según su velocidad, aunque la verdadera clasificación viene dada por las componentes intrínsecas de la aceleración que estudiarás el próximo curso. Por ahora diremos que, según su trayectoria podrán ser:

1. **Rectilíneos**, si la trayectoria es una línea recta: un automóvil en una carretera recta.
2. **Curvilíneos** si su trayectoria es curvilínea. Dentro de estos, por su peculiares características:
   a. **Circulares**. Su trayectoria es un círculo: el caballito del tiovivo.
   b. **Parabólicos**. Su trayectoria es una parábola: Casillas cuando saca de puerta con el pie.
   c. **Elípticos**. Su trayectoria es una elipse: la Tierra alrededor del Sol.

Y según su velocidad:
1. **Uniformes**. La velocidad del móvil es constante: un auto por una carretera recta a 60 km/h.
2. **Variados**.
   a. **Acelerado**, si el módulo de la velocidad aumenta, como un cuerpo cayendo desde cierta altura.
   b. **Retardado**, si el módulo de la velocidad disminuye, como cuando un vehículo frena. Esto ocurrirá cuando el sentido de la velocidad y la aceleración sean opuestos.

5 Movimiento Rectilíneo Uniforme (MRU). Gráficas

Este tipo de movimiento ya se estudió en cursos anteriores (2º de ESO). Un movimiento rectilíneo uniforme posee las características:

- La trayectoria del movimiento es una línea recta.
- La velocidad permanece constante en todo momento con lo que.
- El módulo de la velocidad coincide con la rapidez.

Por esta razón podremos obtener la ecuación que nos da la posición en función del tiempo de la forma:

$$v = \frac{x_f - x_0}{t_f - t_0} \Rightarrow x_f - x_0 = v(t_f - t_0) \Rightarrow x_f = x_0 + v(t_f - t_0)$$

Donde $t_f - t_0$ es el tiempo transcurrido que normalmente notamos simplemente como t. Además, puesto que podemos calcular la posición final como intermedias es usual escribir x en lugar de x_f , por lo que la expresión anterior nos queda: $x = x_0 + vt$

Expresión que conocemos como ecuación del MRU. Dicha ecuación nos muestra que existe una dependencia lineal entre la posición y el tiempo, donde **x** es la posición del móvil en un instante cualquiera t y x_0 es la posición inicial de dicho móvil. En el caso de que el móvil salga del punto de referencia (x_0=0).

Ejercicio 4. *Un coche circula a una velocidad constante de 20 m/s por una carretera recta. Al principio el coche se encontraba 1400 m a la izquierda de una señal de tráfico que tomaremos como referencia.*
a) Determina la posición del coche cuando ha transcurrido un cuarto de hora.
b) Averigua cuánto tardará en llegar a 3 km a la derecha de la señal de tráfico.

Ejercicio 5. *Interpreta las siguientes ecuaciones de movimiento, indicando para cada una la posición inicial, la velocidad y el sentido del movimiento.* *a) x= 40 + 10t* *b) x = -100 +2t* *c) v= 5 -3t* *d) x= - 30* *e) x= -25 t*

Ejercicio 6. *La ecuación que describe el movimiento de un objeto en una cinta transportadora es x= 2 + 0,2 t. Construye una tabla de datos de posición y tiempo y representa gráficamente la gráfica correspondiente. ¿Qué tipo de movimiento realiza el objeto?*

Además, y como hemos podido comprobar en el ejercicio 6, la ecuación obtenida coincide con la expresión matemática de una recta, donde las variables son la posición (variable dependiente) que va ocupando el móvil y el tiempo (variable independiente). La pendiente de dicha será positiva si la velocidad también lo es y viceversa. Veámoslo con un ejemplo resuelto:

Ejercicio resuelto 3. ***La ecuación de un movimiento es: x = - 5 + 2·t (S.I.)***
a) Determina los parámetros del movimiento.
b) Calcula su posición a los 12 s.
c) Calcula el tiempo que tardará alcanzar la posición 33 m.

d) Representa gráficamente su velocidad y posición frente al tiempo.

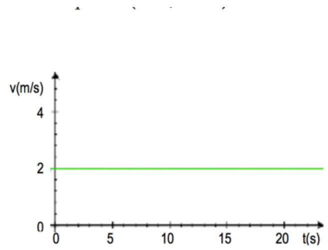
a. En la ecuación se aprecia que la posición inicial (término independiente) vale – 5 m (es decir, el móvil está inicialmente situado 5 m a la izquierda del punto de referencia) y que se mueve con una velocidad constante de 2 m/s hacia la derecha (signo positivo).

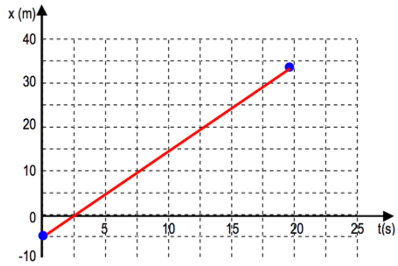
b. Sin más que sustituir en la ecuación: $x_f = -5\ \text{m} + 2\ \text{m/s} \cdot 12\ \text{s} = 19\ \text{m}$

c. Despejando el tiempo de la ecuación y sustituyendo:

$$x_f = x_0 + v \cdot t \Rightarrow t = \frac{x_f - x_0}{v} = t = \frac{33\ \text{m} - (-5\ \text{m})}{2\ \text{m/s}} = 19\ \text{s}$$

d. La gráfica de la velocidad será una recta horizontal con ordenadas igual a 2 ya que se mantiene constante. La gráfica de la posición es una recta con pendiente positiva y para representarla sólo necesitaremos dos puntos, por ejemplo: el de partida, (0 s, - 5 m) y al cabo de 12 s que es (12 s, 19 m)





Ejercicio 7. *Representa gráficamente las gráficas x-t y v-t para un móvil con MRU que parte de la posición 420 m y se mueve hacia el origen de coordenadas a 72 km/h.*

Ejercicio 8. *Dos móviles parten al mismo tiempo desde las posiciones 0 y 400 m, respectivamente, y se dirigen a su encuentro con una rapidez de 54 km el primero y 90 km/h el segundo. Escribe las ecuaciones de ambos movimientos y calcula gráficamente la posición en la que se encontrarán.*

6 Aceleración. MRUA

Como estudiamos en cursos anteriores, la magnitud que mide el ritmo con que cambia la velocidad se llama **aceleración**. La aceleración es la consecuencia más directa de la acción de una fuerza, y mide el cambio de velocidad en cualquiera de sus elementos (módulo, dirección o sentido) por lo también se trata de una magnitud vectorial.

Un cuerpo que cae o un vehículo frenando son ejemplos cotidianos de movimientos cuya velocidad no se mantiene. Entre los movimientos variados (velocidad variable) son especialmente importantes los que presentan una variación lineal de la velocidad, que se denominan movimientos uniformemente acelerados, y si además la trayectoria es rectilínea se habla de **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA),** lo que implica que la velocidad varía linealmente con el tiempo.

Podemos diferenciar entre aceleración media e instantánea, pero como este curso sólo estudiaremos movimientos con aceleración constante, nos bastará con la primera. La aceleración media de un móvil se define como el cociente entre la variación de velocidad y el intervalo de tiempo invertido en dicha variación. La unidad de aceleración en S.I. es el m/s^2 . Matemáticamente se expresa de la forma:

$$\boldsymbol{a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_o}{\Delta t}}$$

Aunque la aceleración es una magnitud vectorial, puesto que puede acelerarse en cualquier dirección del espacio, considerando que sólo estudiaremos movimientos rectilíneos podemos respetar el carácter vectorial de simplemente aplicando un criterio de signos contextualizado al sistema de coordenadas utilizado. Del mismo modo que se hace con la velocidad, lo habitual para los movimientos horizontales es asignar signo positivo si la aceleración va hacia la derecha y negativo si aceleran hacia la izquierda.

De forma cualitativa, al describir un movimiento, decimos que un movimiento es acelerado cuando $v_f > v_0$, y esto ocurre siempre que velocidad y aceleración lleven el mismo sentido. Si la aceleración y la velocidad tienen sentidos opuestos el resultado será una diminución en la ($v_f < v_0$) y solemos referirnos a este caso como movimiento retardado o desacelerado, aunque en un sentido estricto ambos son movimientos acelerados ya que en ambos actúa aceleración.

Ejercicio resuelto 4. ***Un automóvil circula a 108 km/h cuando comienza a frenar y en 6 s su velocidad pasa a ser la mitad. Calcula su aceleración y el tiempo que tardaría en pasar a 7,2 km/h si sigue frenado como lo hacía.***

a. Primero pasamos las velocidades a unidades S.I y luego aplicamos la expresión de aceleración media:

$$a_{media} = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} = \frac{15 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{6 \text{ s}} = -2{,}5 \text{ m/s}^2$$

En este caso, el signo negativo nos indica que la aceleración lleva sentido opuesto a la velocidad del móvil, es decir, está perdiendo velocidad (frenando). Verbaliza en lenguaje ordinario el significado de ese -2,5 m/s^2.

b. Volviendo a utilizar la ecuación:

$$a_{media} = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{v_f - v_0}{a_{media}} = \frac{2 \text{ m/s} - 30 \text{ m/s}}{-2{,}5 \text{ m/s}^2} = 11{,}2 \text{ s}$$

Ecuación del Movimiento Rectilíneo Uniformemente acelerado.

El **movimiento rectilíneo uniformemente acelerado** (**MRUA**), es aquel en el que el móvil posee una trayectoria recta y su velocidad varía uniformemente. El ejemplo más usual de dicho movimiento es la caída libre vertical, en el cual la aceleración que afecta al móvil es constante, y es la que corresponde a la gravedad. También el de un automóvil que se mueve en una carretera recta y va aumentando o disminuyendo su rapidez de forma constante. Sus características son, por tanto:

- La trayectoria del movimiento es una línea recta.
- La velocidad cambia (aumenta o disminuye) de forma constante.

En el caso del MRUA tenemos dos magnitudes que cambian con el tiempo: una es la velocidad y la otra es, obviamente, la posición. Por tanto, necesitaremos dos ecuaciones para estudiar este movimiento: una para poder la calcular la velocidad del móvil en cualquier instante (ecuación de la velocidad) y otra para poder calcular su posición (ecuación de la posición).

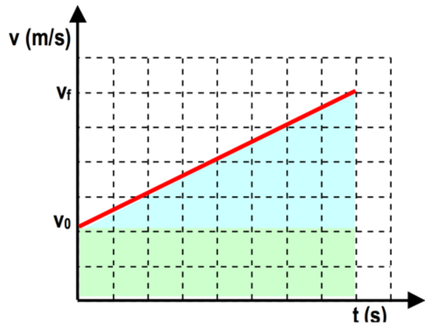
Ecuación de la velocidad: Partiendo de la expresión de aceleración media, sin más que despejar la velocidad tenemos:

Como: $\boldsymbol{a} = \frac{v_f - v_0}{\Delta t} \Rightarrow \boldsymbol{v_f = v_0 + a\,\Delta t}$; o simplemente: $\boldsymbol{v = v_0 + a\,t}$

Expresión que nos permite calcular la velocidad que tendrá el móvil en transcurrido un tiempo t, conocida la velocidad inicial y la aceleración que actúa.

Ecuación de la posición: Para deducir la relación entre posición y t, vamos a apoyarnos en el hecho, muy importante, de que el área bajo la recta en una gráfica v-t coincide con el espacio recorrido por el móvil en un tramo determinado. Por ejemplo, en el ejercicio resuelto 3, la distancia recorrida en 12 segundos coincide con el área bajo la gráfica, que sería: $e = b \cdot h = 12 \text{ s} \cdot 2 \text{ m/s} = 24 \text{ m}$

Esto ocurrirá siempre en todos los movimientos, sea como sea la gráfica v-t. Apliquemos este hecho a un MRUA cualquiera en el que un móvil que parte con velocidad inicial v_0 y acelera a razón de "a" m/s^2. La ecuación de su velocidad es: $v_f = v_0 + a\Delta t$



Y la gráfica v-t será del tipo de la figura dado que existe una relación de proporcionalidad lineal entre velocidad y tiempo. Podemos calcular el área descomponiéndola en un triángulo y un rectángulo que se aprecian con distinto color. La base del rectángulo es el tiempo transcurrido y su altura es la velocidad inicial. La base del triángulo es la misma y su altura es la diferencia entre la velocidad final e inicial. El área será:

$$\Delta x = A = A_{rectángulo} + A_{triángulo} = b \cdot h_r + \frac{1}{2} b \cdot h_t = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2}(v_f - v_0) \cdot \Delta t = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t \cdot \Delta t = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$$

Expresión de la que se deduce la posición en función del tiempo: $\Delta x = x_f - x_0 = v_0 \cdot \Delta t + \frac{1}{2} a \cdot \Delta t^2$

Si el tiempo inicial es cero podemos escribir t en lugar de Δt , y queda la ecuación:

$$x = x_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Ejercicio resuelto 5. ***Un automóvil marcha a 36 km/h por una carretera recta cuando comienza a acelerar y consigue aumentar su velocidad hasta 90 km/h en 20 s. Calcula:***

a) Aceleración que posee.
b) Velocidad y posición que tiene a los 8 s.
c) Espacio que recorre desde el segundo 5 hasta el 15.
d) Representa gráficamente la aceleración, la velocidad y la posición frente al tiempo.

a. Sin más que aplicar la definición de aceleración:

$$a = \frac{v_f - v_0}{t} = \frac{30 \text{ m/s} - 10 \text{ m/s}}{20 \text{ s}} = 1 \text{ m/s}^2$$

Este dato quiere decir que cada segundo que pasa, su velocidad aumenta 1 m/s.

b. En la ecuación de velocidad y en la de la posición, se sustituye el tiempo por 8 s:

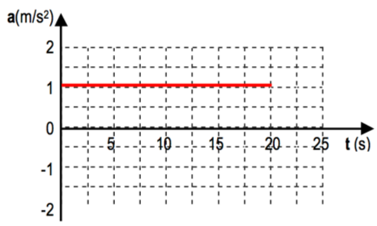
$$v = v_0 + a \cdot t = 10 \text{ m/s} + 1 \text{ m/s}^2 \cdot 8 \text{ s} = 18 \text{ m/s}$$

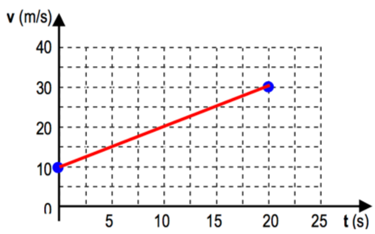
$$x = x_0 + v_0 \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2 = 0 \text{ m} + 10 \text{ m/s} \cdot 8 \text{ s} + \frac{1}{2} 1 \text{ m/s}^2 \cdot (8 \text{ s})^2 = 112 \text{ m}$$

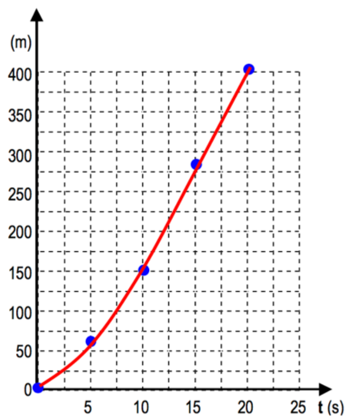
c. Como el movimiento es rectilíneo, bastará restar las dos posiciones que ocupa en esos instantes:

$$s = x_{15} - x_5 = \left(x_0 + v_0 \cdot 15 + \frac{1}{2} a \cdot 15^2\right) - \left(x_0 + v_0 \cdot 5 + \frac{1}{2} a \cdot 5^2\right) = 200 \text{ m}$$

d. La gráfica de la aceleración, al mantenerse constante en le tiempo será una línea paralela al eje OX con ordenada igual a 1 m/s^2. La de la velocidad será una recta de pendiente positiva (a > 0) que parte del punto (0 s, 10 m/s) hasta el punto (20 s, 30 m/s).







La gráfica correspondiente a la posición es una parábola de la que sólo conocemos dos puntos (0 s, 0 m) y (20s, 400 m), por lo que conviene hacer una tabla de valores (4 o 5) para trazarla con más exactitud.
Sustituyendo valores del tiempo en la ecuación de la posición:

t (s)	0	5	10	15	20
x (m)	0	62,5	150,0	262,5	400,0

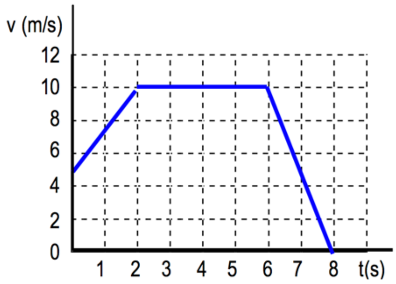
Ejercicio 9. *Una empresa automovilística dice que uno de sus modelos tarda 8,7 segundos en llegar a 100 km/h, partiendo del reposo. ¿Con qué aceleración se tiene que mover el vehículo? ¿Qué longitud mínima tiene que tener una pista para comprobarlo?*

Ejercicio 10. *Un objeto que se movía con una velocidad de 72 km/h, acelera y, al cabo de 5 s, alcanza la velocidad de 40 m/s. Se mantiene con esta velocidad durante 10 segundos y después frena y para en 8 segundos:*

a) Construye la gráfica velocidad-tiempo.
b) Calcula la aceleración en cada tramo del movimiento.
c) Calcula la distancia total recorrida.

Ejercicio 11. *El gráfico siguiente representa el movimiento de un cuerpo.*

a) ¿Qué clase de movimiento y qué aceleración tiene en cada tramo?
b) ¿Cuál es el desplazamiento en cada tramo?



7 La caída libre

Un caso particular del movimiento rectilíneo uniformemente acelerado es el aquel con el que se mueven los cuerpos bajo la acción del campo gravitatorio terrestre. Su particularidad estriba en que siempre están dotados de la misma aceleración vertical y hacia abajo de: – 9,8 **j** m/s^2. Ya que todo sucede en la misma dirección (perpendicular a la superficie terrestre), podemos obviar el carácter vectorial y estudiar el movimiento escalarmente.

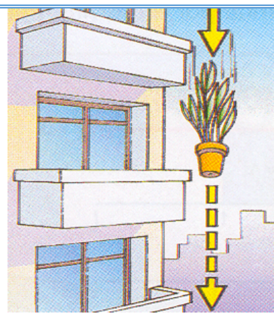
Como se trata de un MRUA, tendrán las ecuaciones del movimiento vistas anteriormente con la singularidad de que expresaremos como **g** (en lugar de a) el valor de la aceleración y que al tratarse de movimientos verticales la posición suele representarse con el símbolo **y** en lugar de x. Por tanto las expresiones son:

Posición: $y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$ y velocidad: $v = v_0 + gt$

Es tremendamente importante ubicar el sistema de coordenadas y arbitrar un sistema de signos para escribir las ecuaciones correctamente. Recuerda que el movimiento es relativo, porque el sistema de referencia también lo es, pero en la mayoría de los problemas suele ser más ventajoso ubicar el sistema de referencia en el suelo. Una vez hecho esto, la resolución de cualquier problema será simple incluso si se tratase de un movimiento de subida y bajada ya que NO será necesario calcular cada movimiento por separado.

<u>Ejercicio resuelto.</u> ***Desde el ático de un edificio que se encuentra a 30 m de altura cae una maceta hasta el suelo. Calcula:***

a) El tiempo que tarda en llegar al suelo.
b) La velocidad con que impacta en el mismo.
c) Representa gráficamente velocidad y posición frente al tiempo.



a. Si ubicamos el S.R en es suelo y arbitramos que hacia arriba es sentido positivo, tenemos que:
$y_0 = h = 30$ m
$v_0 = 0$ m s^{-1} (cae desde el reposo),
g= - 9,8 m s^{-2} (ya que la aceleración lleva sentido descendente y hemos acordado que ese es sentido negativo)

Se plantean las ecuaciones del MRUA:

$$v = v_0 + at \qquad y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2$$

Y se observa que en la ecuación de la posición se conocen los valores de todas las magnitudes excepto el tiempo de caída, que se despeja de la misma:

$$0 = h + \frac{1}{2} g t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{-2h}{g}} = \sqrt{\frac{-2 \cdot 30 \text{ m}}{-9{,}8 \text{ m s}^{-2}}} = \sqrt{6{,}1 \text{ s}^2} = 2{,}5 \text{ s}$$

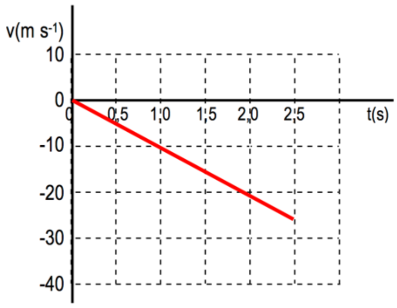
b. Conocido el tiempo de caída, basta con sustituirlo en la ecuación de velocidad:

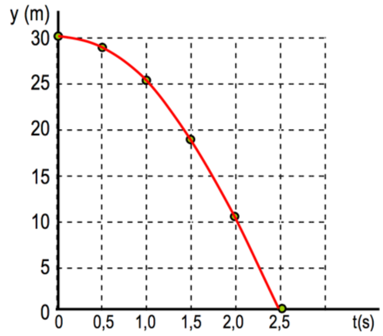
$$v = v_0 + at = 0 - 9{,}8 \text{ m s}^{-2} \cdot 2{,}5 \text{ s} = -24{,}5 \text{ m s}^{-1}$$

Observa que sale una velocidad negativa, congruente con nuestro SR, ya que se dirige hacia abajo

c. Como hemos estudiado, las gráficas de movimiento serán una recta de pendiente negativa para la de la velocidad (bastan los dos valores que se conocen para representarla) y una rama descendente de una parábola para la posición por lo que es conveniente hacer una tabla de valores y la gráfica será más exacta. Así:

t (s)	0	0,5	1,0	1,5	2,0	2,5
y (m)	30,0	28,8	25,1	19,0	10,4	0





Ejercicio 12. *Un cuerpo que se deja caer libremente desde cierta altura, tarda 10 segundos en llegar al suelo. ¿Desde qué altura se dejó caer? ¿Cuál es su velocidad cuando llega al suelo?*

Ejercicio 13. *Si dejamos caer un objeto desde 50 m de altura:*

a) ¿Cuál será su posición y la distancia recorrida a los 3s de haberlo soltado? ¿Qué velocidad lleva en ese instante?

b) ¿Cuánto tarda en llegar al suelo? ¿Con qué velocidad llega?

En estos problemas se suele despreciar el rozamiento con el aire, es decir estudiamos el movimiento como si de una situación ideal se tratase, pero en algunos casos dicha fuerza de rozamiento puede ser muy importante y nuestra simplificación muy desacertada. Piensa en una situación concreta: la caída de un papel desde determinada altura al aire libre.

Si es un lanzamiento vertical desde el suelo y nos preguntan el tiempo que tarda el cuerpo en llegar al punto más alto (cénit), no sabremos dicha posición pero sí que su velocidad en dicha posición es nula, por lo que operaremos como en el siguiente ejemplo:

Ejercicio resuelto. ***Desde el suelo se lanza hacia arriba un objeto con velocidad de 60 m/s. Calcula:***

a. ***El tiempo que tarda en llegar a la máxima altura.***

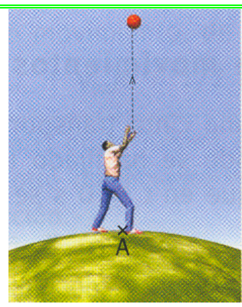
b. ***El valor de ésta.***

c. ***La velocidad con que llega al suelo.***

d. ***Tiempo que tarda en pasar por la altura de 100 m. ¿Por qué existen dos soluciones?***

e. ***Representa gráficamente velocidad y posición frente al tiempo.***

Nota: toma g = - 10 ms^{-2}.



a. Trazamos un sistema de referencia y recogemos en él nuestro criterio de signos y todas los datos y magnitudes que intervienen. Sigue las instrucciones de tu profesor para ejecutarlo, puesto que este paso es de enorme transcendencia para evitar errores de concepto… Aquí resolveremos ubicando el S.R. en el suelo y tomando como sentido positivo el de ascenso.

Se plantean las ecuaciones del MRUA de las que conocemos la posición inicial (y_0 = 0 m), la velocidad inicial (60 m s^{-1}), la velocidad con la que llega a la máxima altura (0 m s^{-1}), y la aceleración que actúa (-9,8 m s^{-2} ya que la gravedad actúa hacia abajo). Se plantean las ecuaciones del MRUA:

$$v = v_0 + at; \qquad y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2$$

En la ecuación de la velocidad sólo se desconoce el tiempo. Despejando en ella:

$$v = v_0 + at;\ 0 = v_0 + gt \Rightarrow t = \frac{-v_0}{g} = \frac{-60\ m\ s^{-1}}{-10\ m\ s^{-2}} = 6\ s$$

b. El valor de la altura se calcula sin más que sustituir el tiempo calculado en la ecuación de la posición:

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2 = 60\ m\ s^{-1} \cdot 6s + \frac{1}{2}(-10m\ s^{-2}) \cdot (6s)^2 = 180\ m$$

c. Cuando llega al suelo, la posición (altura) es cero, pero no la velocidad (ojo con eso). Sustituyendo en la ecuación de la posición, se puede calcula el tiempo que tarda en llegar

$$y = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2}at^2;\ 0 = 0 + v_0 t + \frac{1}{2}gt^2$$

Queda una ecuación de 2º grado sin término independiente. Tendrá dos soluciones:

$$0 = v_0 t + \frac{1}{2}gt^2 = t\left(v_0 + \frac{1}{2}gt\right) \Rightarrow t_1 = 0\ ;\ t_2 = \frac{-2v_0}{g} = \frac{-2 \cdot 60\ m\ s^{-1}}{-10\ m\ s^{-2}} = 12\ s$$

Una de las soluciones se conocía ya que para t = 0 s, el cuerpo está en el punto de salida. En la otra se observa que el tiempo de subida y de bajada es el mismo (6 s). Este tiempo se sustituye en la ecuación de velocidad:

$$v = v_0 + at = 60\ m\ s^{-1} - 10\ m\ s^{-2} \cdot 12\ s = -60\ m\ s^{-1}$$

No olvides esta curiosidad: ***si un cuerpo cae al mismo punto desde donde se lanzó, tarda el mismo tiempo en subir que en bajar y llega con el mismo valor numérico de la velocidad.*** Era evidente: la gráfica de su posición es una parábola con el eje de simetría en el tiempo que tarda en alcanzar la máxima altura (pregunta a tu profesor de matemáticas).

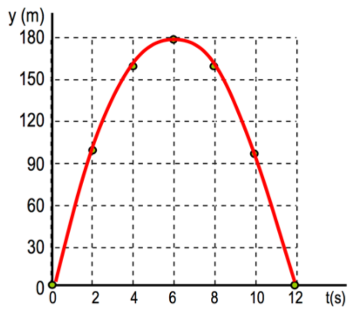
d. Ya hemos visto que tendremos dos soluciones. Procediendo como antes:

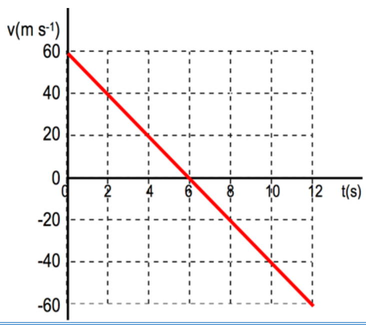
$$100\ m = \left(60\ m\ s^{-1}\right) \cdot t + \frac{1}{2}\left(-10\ m\ s^{-2}\right) \cdot t^2$$

Resolviendo la ecuación quedan dos soluciones: $t_1 = 2\ s\ ;\ t_2 = 10\ s$, que corresponden a los instantes en que el cuerpo pasa por esa posición en la subida y en la bajada.

e. Igual que en el ejemplo anterior, para la gráfica de la velocidad bastará con los datos que conocemos ya que se trata de dos rectas. Para la posición convendrá una tabla de algunos valores. Así:

t (s)	0	2	4	6	8	10	12
y (m)	0	100	160	180	160	100	0





Ejercicio 14. *Desde un balcón, a 15 m sobre el suelo, se lanza verticalmente hacia arriba una pelota con una velocidad de 72 km/h. Recoge la situación en un diagrama y escribe la ecuación de la velocidad y la ecuación de la posición, y calcula.*

a) El tiempo que tardará en llegar al cénit y la altura que alcanza.
b) El tiempo de vuelo (tiempo que está en el aire antes de impactar)
c) La distancia total recorrida por la pelota antes de impactar.

Ejercicio 15. *Se lanza una piedra verticalmente hacia arriba, con una velocidad inicial de 30,0 m/s. Halla:*

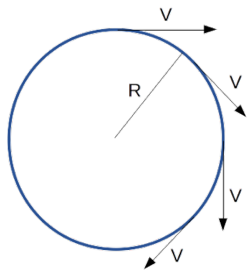
a) Posición que ocupa y velocidad al cabo de 1 s.
b) La altura máxima que alcanza y el tiempo empleado.
c) Velocidad cuando llega al suelo y tiempo total empleado.
d) ¿Qué relación hay entre los tiempos calculados en los apartados b y c?
e) ¿Cómo son las velocidades de partida y de llegada?

7 Movimiento Circular Uniforme (MCU)

Los engranajes, las ruedas, los cederrons, la rotación de la Tierra, etc, los movimientos circulares nos rodean y de todos ellos sólo vamos a estudiar los más sencillos: los uniformes (los que transcurren a un ritmo constante). El movimiento circular uniforme se puede estudiar con las ecuaciones de que ya conocemos:

$$\begin{bmatrix} x = x_0 + vt \\ v = cte \end{bmatrix}$$

No obstante hay que tener en cuenta dos cuestiones importantes:



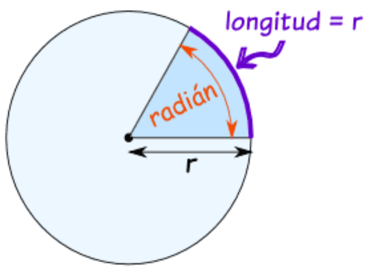
1. El módulo de la velocidad (**rapidez**) se mantiene constante, pero no así su dirección que va cambiando uniformemente, y recuerda que decimos que un movimiento es acelerado cuando la velocidad cambia. Puesto que la velocidad es un vector (que tiene un módulo una dirección y un sentido) si su dirección está cambiando debe estar actuando algún tipo de aceleración. Ese tipo de aceleración se denomina **aceleración normal o centrípeta**.

Piensa por un momento en un móvil que se encuentra atado al extremo de una cuerda y que se mueve con MRU. Si en determinado instante quieres que no se mueva en línea recta y que se acerque a ti describiendo una curva, ¿qué has de hacer? Efectivamente, sólo tienes que tirar de la cuerda hacia ti con una fuerza constante y el móvil se te acercará describiendo un arco de circunferencia. Fuerzas como esta, que hacen curvar los objetos al cambio su dirección se conocen como **fuerzas centrípetas,** y la aceleración asociada a dichas fuerzas se llama aceleración normal o centrípeta y puede calcularse con la expresión:

$$a_c = \frac{v^2}{R}$$

Expresión en la que v el módulo de la velocidad y R es el radio de la circunferencia que describe el móvil.

Observa que la aceleración es mayor cuanto menor sea el radio de curvatura y mayor cuanto mayor sea la velocidad. Es razonable si piensas que la aceleración está provocada por una fuerza, si el radio de curvatura es pequeño implica que se ha debido de ejercer una fuerza mayor.



2. Los movimientos circulares se pueden estudiar mediante magnitudes lineales (como se han estudiado hasta ahora), pero también con magnitudes angulares, aunque fácilmente se podrán relacionar unas y otras. Para entender este tipo de magnitudes es preciso tener una noción clara de lo que es un **radián** que es la unidad que se utiliza en física generalmente para medir ángulos y para estudiar las rotaciones.

El **radián** es la unidad de ángulo plano en el SI. Su símbolo es **rad** y se define como la medida de un ángulo central cuyos lados cortan un arco igual en longitud al radio de la circunferencia. Por esta razón se llama radián. Sabemos que una circunferencia contiene 2π veces el al radio. Por tanto, un ángulo de 360º equivaldrán a 2π radianes.

Velocidad angular y lineal.

La **velocidad angular** (velocidad de rotación) se define como el cociente entre el ángulo recorrido y el tiempo que invertido en dicho movimiento. $\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t}$ (rad/s)

Dado que se trata de un movimiento uniforme, existe gran analogía entre el MCU y el MRU, de hecho las ecuaciones serán las mismas pero con simbología y unidades angulares. El ángulo (φ) corresponde con la posición (x), el ángulo recorrido ($\Delta\varphi$) con el desplazamiento (Δx) y la velocidad angular (ω) sería la homóloga de la velocidad lineal (v).

Así pues, tendremos que para el MCU: $\begin{bmatrix} \varphi = \varphi_0 + \omega t \\ \omega = cte \end{bmatrix}$

Aunque el rad/s es la unidad internacional de velocidad angular, es común utilizar otras unidades que quizás hayas visto en algún aparato como los tocadiscos o en un cuentarrevoluciones, como son las **r.p.m.** (revoluciones por minuto: las vueltas que el móvil efectúa en un minuto) y las **r.p.s.** (revoluciones por segundos: que serán las vueltas que da en un segundo aunque a éste último caso no debemos considerarlo unidad de velocidad angular sino de frecuencia ya que equivaldría al Hertzio (Hercio españolizando).

Tanto la velocidad angular (ω), como el módulo de la velocidad (v), se mantienen constantes en un MCU, y parece evidente que tiene que existir una relación estrecha entre ellas. Vamos a demostrarla:

$$\omega = \frac{\Delta\varphi}{\Delta t} \quad y \quad v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$

Si tenemos en cuenta la relación que existe entre el ángulo y el espacio recorrido, es posible obtener una fórmula que las relaciones:

$$como: \quad ángulo\ (\Delta\varphi) = \frac{arco\ (\Delta s)}{radio\ (R)} \quad \Rightarrow \quad \Delta s = R \cdot \Delta\varphi \quad (*)$$

$$y\ siendo\ la\ velocidad:\ v = \frac{\Delta s}{\Delta t}\ ,\ si\ sustituimos\ la\ expresión\ anterior\ (*):$$

$$v = \frac{R \cdot \Delta\varphi}{\Delta t} = R \cdot \omega$$

Expresión que nos será muy útil cuando queramos relacionar velocidades angulares y lineales.

Los MCU tienen además la particularidad de ser cíclicos o periódicos ya que el móvil describe una y otra vez la misma trayectoria con un mismo ritmo. Esto nos permite definir otras dos magnitudes de gran importancia en este tipo de movimientos: la **frecuencia** y el **periodo**.

- El periodo (T) es el tiempo invertido por el móvil en completar una vuelta. Dado que una vuelta completa equivale a 2π rad y se realiza en un tiempo T, es evidente que la velocidad angular puede obtenerse de la expresión: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ y por tanto, el periodo puede calcularse despejando de ella:

$$T = \frac{2\pi}{\omega}$$

- La frecuencia (f) es el número de vueltas completas que da el móvil en la unidad de tiempo. Se mide en hercios (que se simboliza por Hz o s^{-1}). La frecuencia y el periodo son por tanto magnitudes inversas, por lo que: $f = \frac{1}{T}$

<u>Ejercicio resuelto</u>. Calcula la velocidad angular y el ángulo que describen en 10 segundos las ruedas de un tractor si sus radios son 85 y 40 cm respectivamente y marcha a 18 km/h.

Evidentemente la velocidad lineal de un punto exterior del tractor será la misma para ambas ruedas (es tractor no es de chicle). Mediante la velocidad lineal, se calcula la angular de ambos:

$$\omega_G = \frac{5\,m}{h} \cdot \frac{1 rad}{0{,}85\,m} = 5{,}88\ rad/s \quad \omega_p = \frac{5\,m}{h} \cdot \frac{1 rad}{0{,}4\,m} = 12{,}5\ rad/s$$

Era de esperar. La rueda pequeña ha de dar más vueltas que la mayo para tener la misma velocidad lineal. Concretamente (85/40) vueltas la pequeña por cada vuelta de la mayor. Los ángulos recorridos por ambas en 10 segundos serán:

$$\varphi_g = 5{,}88\ rad/s \cdot 10 s = 58{,}8\ rad\ ; \qquad \varphi_p = 12{,}5\ rad/s \cdot 10\ s = 125\ rad$$

Ejercicio 16. *Una rueda gira a razón de 30π rad/s. Calcula las vueltas que da en 15 minutos. (Nota: aunque parezca complicado haciendo uso de factores de conversión puede ser muy fácil de resolver)*

Ejercicio 17. *¿Cuál es la velocidad angular de la Tierra alrededor de su eje? ¿Qué velocidad lineal, en km/h, corresponde a un punto del ecuador, en ese movimiento de rotación? Radio de la Tierra: 6370 km.*

Ejercicio 18. *¿Dónde tendrías mayor velocidad angular, estando en un punto de Vigo o en uno del mismo meridiano, pero más al Norte? ¿Dónde tendrías mayor velocidad lineal?*

Problemas de Cinemática
Física y Química. 4º de ESO

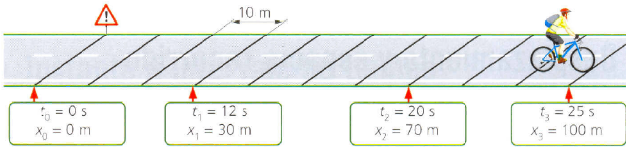
1.- El ruedo de una plaza de toros tiene un diámetro de 40 m. Calcula cuánto espacio recorre y cuánto se desplaza un torero cuando:

a) Da media vuelta al ruedo.
b) Cuando da la vuelta completa.

2.- Explica el significado físico de los siguientes datos correspondientes a un MRU horizontal:

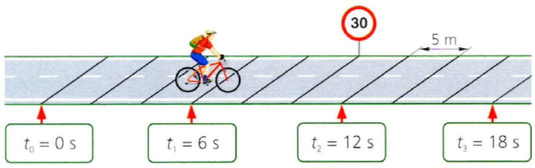
a) $x = -15$ m; b) $\Delta x = 8$ m c) $x = 70$ m
d) $s = 15$ m e) $\Delta x = -100$m f) $\Delta x = 0$ m

3.- Un ciclista circula por una carretera, como se muestra en el dibujo. Calcula las velocidades medias en los distintos tramos para deducir de qué tipo de movimiento se trata.



4.- Un segundo ciclista se mueve según el siguiente dibujo.

a) Elabora una tabla de datos y represéntalos gráficamente para deducir el tipo de movimiento.
b) Calcula la velocidad media del ciclista a partir de los datos y a partir de la gráfica.



5.- Un coche parte desde el punto kilométrico 33 de la N-IV. Una hora más tarde llega al kilómetro 110. Allí gira y se da la vuelta, encontrándose en el kilómetro 66 dos horas después de haber partido.

a) Calcula el desplazamiento y el espacio recorrido y represéntalo en un dibujo.
b) Calcula la velocidad y la rapidez media del coche en esas dos horas. ¿Coinciden? ¿Por qué?
c) Calcula la velocidad media en cada uno de los viajes, el de ida y el de vuelta.

6.- Un ciclomotor parte desde el punto kilométrico 20 de una carretera, viajando a 36 km/h.

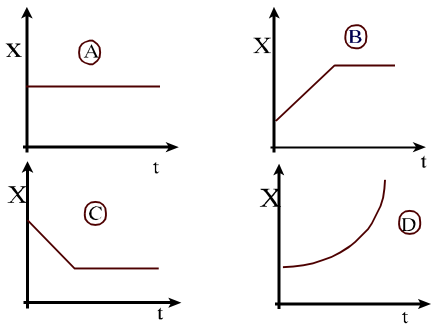
a) ¿Dónde se encontrará después de 20 minutos?
b) ¿Cuánto tardará en alcanzar el punto kilométrico 60 de la carretera?

7.- Se deja rodar una pelota, por una pista horizontal. La trayectoria que describe es rectilínea. En la siguiente tabla se muestra la posición que ocupa el balón en determinados instantes:

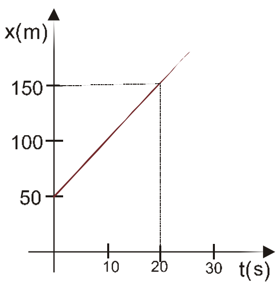
tiempo (s)	0	3	6	9
Posición (m)	5	20	35	50

a) ¿Se trata de un movimiento rectilíneo uniforme? ¿En qué te basas?
b) escribe la ecuación de movimiento de la pelota
c) ¿Qué posición ocupa el balón en el instante t= 7s
d) ¿Qué distancia habrá recorrido al cabo de 12 s.

8.- Indica qué tipo de movimiento representa cada una de las cuatro gráficas:



9.- Fíjate en la siguiente gráfica de movimiento y responde si las afirmaciones son falsas o verdaderas:



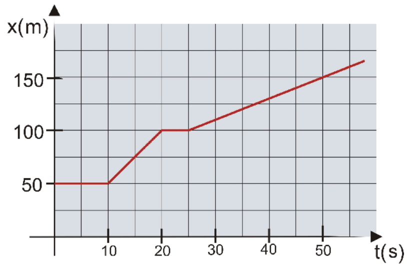
a) Se trata de un MU.
b) Inicialmente el móvil está 150 m a la derecha del S.R.
c) La velocidad es creciente.
d) El móvil se mueve a 7,5 m/s
e) El móvil no pasa por el punto de referencia.
f) El móvil de desplazó 100 m hacia la derecha.

10.- Para los casos planteados a continuación, escribe la ecuación de movimiento correspondiente y dibuja su gráfica x-t de forma aproximada:

a) Un atleta corre partiendo 100 m a la izquierda de la meta aproximandose a ella a 10 m/s.

b) Un vehículo sale desde una estación de servicio, situada en el punto kilométrico 32, moviéndose hacia el km cero de dicha carretera a 70 km/h

11.- La siguiente gráfica describe el movimiento de un corredor cansado:



a) Realiza una descripción detallada del movimiento, indicando intervalos y velocidades.

b) Escribe la ecuación de movimiento de cada tramo.

c) Dibuja la gráfica velocidad-tiempo correspondiente

12.- Representa en una gráfica x-t o y-t los siguientes casos:

a) Un movimiento uniforme cualquiera

b) Un movimiento uniforme más rápido que el anterior

c) Un movimiento uniforme donde el móvil se acerca al punto de referencia muy despacio.

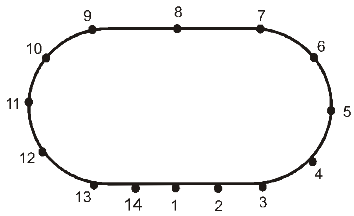
d) Un móvil que parte 100 m por delante del punto de referencia, primero se aleja, luego se detiene y finalmente regresa hasta el punto de partida donde queda en reposo.

e) La caída de un objeto desde 100 m de altura.

f) Un movimiento en el que la velocidad disminuye progresivamente, acercándose al punto de referencia, donde queda detenido.

g) El ascenso y caída de un objeto lanzado desde el suelo.

13.- Un vehículo de pruebas recorre el circuito de la figura. Los números señalan las posiciones sucesivas por las que pasa, y en la tabla tienes la rapidez en cada posición:



punto	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
rapidez (m/s)	0	10	20	20	20	20	30	40	30	20	20	20	30	40'

a) dibuja los vectores velocidad en cada uno de los puntos.

b) señala los puntos que tienen la misma velocidad.

Movimiento rectilíneo uniformemente acelerado (MRUA)

14.- Un vehículo acelera de modo uniforme según se muestra en la siguiente tabla. Calcula la aceleración del movimiento a partir de la información de la tabla, y luego completa los huecos.

t (s)	1	2	3		10	
v (m/s)	5	7		15		30

15.- Un móvil parte del reposo y acelera con aceleración unidad (en unidades del S.I.):

a) ¿Qué velocidad tiene al cabo de 20 s? Exprésala en km/h

b) ¿Cuánto espacio recorre en ese tiempo?

16.- Un motorista circula a 45 km/h y frena uniformemente hasta detenerse en 5 segundos. Calcula:

a) ¿Qué aceleración ejercieron sus frenos?

b) ¿Cuál es su velocidad 3 segundos después de iniciar la frenada?

c) ¿En qué instante su velocidad fue de 2 m/s?

d) ¿Cuánta distancia recorrió en la frenada?

17.- Un fórmula 1 es capaz de alcanzar los 100 km/h en 2 segundos. Calcula la aceleración que imprime el motor suponiendo que es un MUA y calcula la distancia que recorre en ese tiempo.

18.- En un MRUA los espacios, tiempos y velocidades son los contenidos en la siguiente tabla:

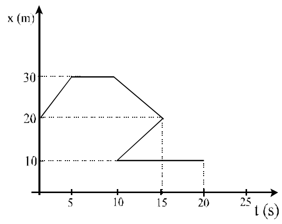
tiempo (s)	0	1	2	3			
posición (m)	0	2,5					250
velocidad (m/s)	0				25	40	

a) ¿Cuál es la velocidad inicial? ¿Cuál es la aceleración?

b) Completa la tabla, rellenando todos los huecos.

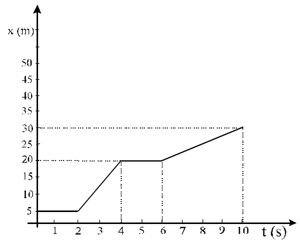
c) Representa las gráficas x-t y v-t

19.- ¿Puede el siguiente gráfico representar un movimiento real de un cuerpo? ¿Por qué?

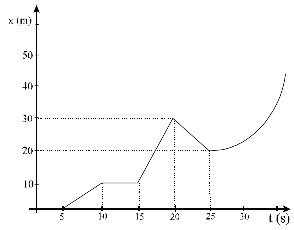


20.- Describe <u>detalladamente</u> el movimiento que realizan los móviles correspondientes a las siguientes gráficas (indicando la duración de los distintos tramos, los espacios recorridos y velocidades):

a)

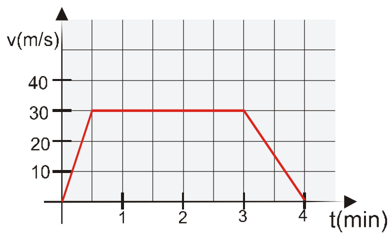


b)



Calcula el desplazamiento y la distancia recorrida por el móvil b en los 25 primeros segundos.

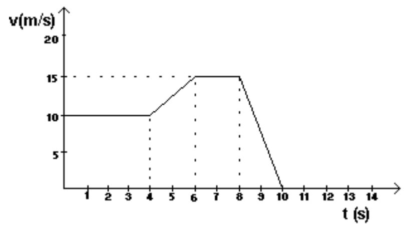
21.- Un coche se mueve según muestra la gráfica v-t:



a) Detalla el movimiento del coche.
b) Calcula el espacio total recorrido por el vehículo.

22.- Un autobús sale de una parada A acelerando durante 20 s a $1 m/s^2$. Sigue a la velocidad que ha alcanzado durante 10 minutos y frena durante 10 s con una $a = -2 m/s^2$ quedando parado en una parada B. ¿Cuál es la distancia desde A a B? <u>Dibuja la gráfica v-t.</u>

23.- El gráfico siguiente describe el movimiento de un móvil.
a) Describe dicho movimiento con detalle.
b) Calcula la distancia total que recorre.



24.- Un Porsche viaja a una velocidad de 166 km/h, y el conductor advierte que, en medio de la carretera, hay un niño jugando a las canicas. Suponiendo que inicia la frenada cuando se encuentra a 90 m del niño, y que los frenos entregan una aceleración uniforme de $12 m\cdot s^{-2}$: ¿Se salva el chiquillo?

25.- Indica las peculiaridades (posición y velocidad inicial, aceleración, sentido...) de los movimientos cuyas ecuaciones, en unidades S.I., son:

a) $x = 7 + 4t + ½\ 3\ t^2$; b) $x = -3 + 5t$; c) $x = 5 - 4t - t^2$; d) $x = -100 - 5t^2$
Escribe la ecuación de velocidad de cada uno de los móviles.

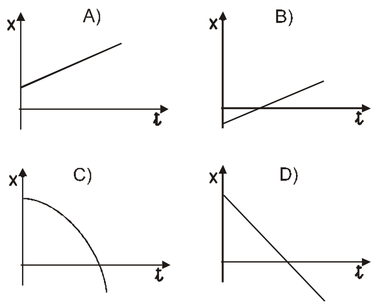
26.- Una motocicleta se mueve según la ecuación: $x=20 +10t - 0,5t^2$
a) Razona si se trata de un movimiento acelerado o uniforme. En caso de tratarse de un movimiento acelerado indica la velocidad inicial y la aceleración del mismo.
b) Calcula el tiempo y la distancia que recorre la motocicleta hasta quedar detenida.

27.- Un alumno desea medir el valor de la aceleración de la gravedad. Para ello realiza una experiencia que consiste en dejar caer una pelota desde una altura de 10 metros, y tomar los tiempos. Realiza tres veces la experiencia obteniendo los tiempos: 1'6, 1'3 y 1'4 segundos.
a) Explica por qué razón el alumno realiza tres veces el experimento y el tiempo que hemos de considerar para la caída de la pelota.
b) ¿Cuánto valdría g según el experimento del alumno?

28.- Se deja caer una piedra desde un acantilado. Si tarda 4 s en chocar con el agua ¿qué altura tiene el acantilado?

29.- Lanzamos una bolita hacia arriba, desde una altura de 1,5 m, a 20 m/s. Responde:
a) Escribe las ecuaciones de movimiento (posición y velocidad) de la pelota
b) Calcula la altura que alcanza (cenit)
c) La velocidad y posición de la bola a los 3 segundos de haberla lanzado.
d) El tiempo de vuelo (el tiempo que está en el aire). Saca alguna conclusión.

30.- Inventa una ecuación de movimiento que se ajuste a cada una de las gráficas x-t adjuntas.



31.- Con qué velocidad hay que lanzar un objeto para que ascienda hasta 1 km de altura.

32.- Lanzamos verticalmente hacia arriba un cuerpo a 50 m/s, desde un balcón situado a 50 m de altura.

a) Escribe la ecuación de movimiento del cuerpo y calcula la velocidad con que impacta sobre el suelo.

b) Supón que el lanzamiento es vertical hacia abajo. Realiza el cálculo y compara.

33.- Desde una altura de 30 metros se dispara un dardo con una pistola de juguete. Sabiendo que la pistola dispara los dardos con una velocidad de 43,2 km/h. Calcula:

a) La altura alcanzada por el dardo

b) ¿En qué instantes se encontrará el dardo a 35 m de altura?

c) ¿Qué velocidad tendrá cuando se encuentre a 10 metros sobre el suelo?

34.- Dos coches, A y B, parten al encuentro desdes dos ciudades separadas por una distancia de 100 km. Si el primero viaja a una velocidad de 70 km/h y el segundo a 50 km/h, calcula en qué lugar e instante se encuentran *(ojo: La mejor forma de proceder es escribir las ecuaciones de movimiento de ambos móviles y determinar la condición que se cumple en el encuentro).*

35.- Supón ahora que los coches mencionados en el ejercicio anterior, parten uno tras el otro (el más rápido persiguiendo al más lento). Calcula el lugar y el instante en que el coche A alcanza a B.

36.- Un galgo persigue a una liebre que le aventaja en 100 m. Si la velocidad de la liebre es de 15 m/s y la del galgo de 72 km/h ¿cuánto tardará en alcanzarla? ¿cuánta distancia necesitó el galgo para ello?

37.- La publicidad de un vehículo asegura que el mismo puede alcanzar los 100 km/h en 70 m de recorrido, partiendo del reposo. Calcula la aceleración que imprime el motor y el tiempo necesario para alcanzar dicha velocidad.

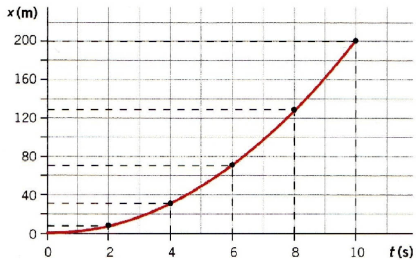
38.- Si lanzamos un ladrillo hacia arriba con una velocidad de 60 m/s desde una altura de 150 cm. ¿Cuánto tiempo tardará en alcanzar el cenit? Calcula el espacio que recorrerá hasta llegar al suelo, y la velocidad con que golpea sobre el mismo.

39. Un móvil parte del origen con velocidad inicial nula. Su movimiento queda registrado en la gráfica adjunta. Calcula:

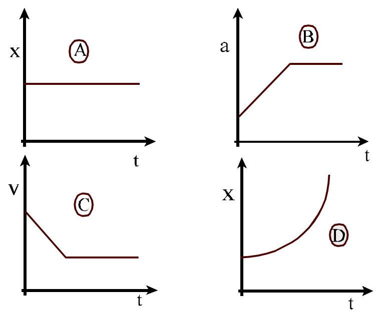
a) La aceleración

b) Su velocidad a los 6 segundos.

c) Si a los 10 segundos comienza a frenar con una aceleración de $-2\ m/s^2$, ¿qué espacio recorre hasta parase?



40.- Indica para cada una de las cuatro gráficas siguientes qué movimientos representan. Justifica tus respuestas de forma razonada.



41.- Representa, de forma aproximada:

a) Las gráficas x-t y v-t de un móvil se desplaza con velocidad constante de derecha a izquierda, que parte desde una posición inicial situada a la izquierda del punto de referencia.

b) La gráfica x-t de un objeto dejado caer desde cierta altura sobre el suelo.

42.- Un saltador de trampolín salta, verticalmente y hacia arriba, desde una plataforma situada 1,5 m sobre el agua. Si la velocidad con que saltó es de 5 m/s, calcula: cuánto tiempo tarda en entrar en el agua y con qué velocidad lo hace (¡ojo!, resuelve a partir de las ecuaciones de movimiento e introduciendo en ellas las condiciones que se cumplen, ¡no es necesario calcular datos del cenit!)

43.- Desde el suelo se lanza una pelota hacia arriba a 30 m/s y al mismo tiempo se deja caer otra desde una altura de 100 m.

a) Calcula cuándo y donde se cruzan

b) Calcula la velocidad de ambas pelotas en dicho instante y describe la situación.

MOVIMIENTO CIRCULAR

44.- Define radián como unidad de medida de ángulos.
¿Cuántos radianes hay en un ángulo de 180º?
¿Cuántos grados contiene un ángulo de 3 π/2 radianes?
¿Cuántos radianes son 30º?
¿cuántos grados sexagesimales son 1 radián?

45.- Calcula la velocidad angular de cada una de las agujas del reloj. Si el segundero mide 3 cm de longitud, ¿con qué velocidad se mueve su extremo?.

46.- Responde brevemente a las siguientes cuestiones:
a) Dos ruedas, una grande y otra pequeña, giran con la misma velocidad angular. ¿cuál de ellas da más vueltas en el mismo tiempo?
b) ¿cuál de las ruedas del caso anterior tiene mayor velocidad lineal?

47.- Un tiovivo gira dando una vuelta cada 11 s. Realiza los cálculos necesarios para responder:
a) Cuál es la frecuencia y periodo del tiovivo.
b) Calcula la velocidad angular y el ángulo que recorre el tiovivo en 50 s
c) calcula la velocidad con que se desplazan un caballito y un cochecito de bomberos situados, respectivamente, a 2,25 y 4,5 m del eje de giro.

48.- Un pastor hace rotar una honda a 3 r.p.s. Si la longitud de la honda es de 40 cm, calcula:
a) la frecuencia y periodo de giro.
b) la velocidad angular y lineal de la piedra así como su aceleración centrípeta.

49.- Determina la velocidad angular de rotación de la Tierra alrededor de su eje y la velocidad lineal de un punto situado sobre el ecuador, sabiendo que su perímetro es de 40.000 Km.

50.- Si sabemos que la distancia media Sol-Tierra es de 150.000.000 Km, y suponemos que se trata de un movimiento circular uniforme, calcula las velocidades angular y lineal y la aceleración centrípeta de nuestro planeta. (Expresa la velocidad de translación de la Tierra en Km/h).

51.- Según un estudio realizado por la universidad de Granada, el golpe liftado de Rafael Nadal hace rotar la bola a 80 rps. Calcula:
a) el periodo la frecuencia y la velocidad angular con que gira la bola.
b) la velocidad lineal con que rota un punto ("ecuador") de la bola, sabiendo que el diámetro de una pelota de tenis es de 6 cm.

Repasa y relaciona

Indica la verdad o falsedad de las siguientes afirmaciones, <u>razonando tus respuestas</u> con detalle:

a) "Desplazamiento y distancia recorrida son dos magnitudes físicas que coinciden en el caso de movimientos rectilíneos".

b) "Si en una gráfica a-t vemos una recta horizontal, significa que no existe aceleración, por lo que se tratará de un movimiento uniforme (M.U.)"

c) "La ecuación de movimiento $x= -5 + 30t - 0{,}5t^2$ *(S.I.) corresponde a un movimiento uniformemente desacelerado"*

d) "Si un móvil mantiene constante su rapidez significa que su aceleración es nula"

e) "Acelerar significa, necesariamente, cambiar la rapidez".

f) "Si en una gráfica v-t vemos una recta con cierta inclinación, significa que el móvil se aleja o se acerca según sea la pendiente".

g) "La aceleración de un cuerpo lanzado hacia arriba cambia de sentido según esté bajando o subiendo el cuerpo. Únicamente desaparece en el preciso instante en que el cuerpo queda suspendido en el cenit".

h) "La ecuación $x= -7 + 4t$*, en unidades S.I., representa un movimiento uniforme en el sentido negativo del eje x".*