

# ADQUIRIENDO COMPETENCIAS MATEMÁTICAS CON MATERIALES INTERACTIVOS

Ana M. Martín Caraballo, *Universidad Pablo de Olavide*. [ammarcar@upo.es](mailto:ammarcar@upo.es)

Inmaculada Romano Paguillo, *Universidad Pablo de Olavide*. [iromano@upo.es](mailto:iromano@upo.es)

## RESUMEN

En este trabajo se describe el proyecto que llevan a cabo las autoras del mismo con los alumnos del Grado de Análisis Económico (en adelante, GAE) de la Universidad Pablo de Olavide. El principal objetivo del proyecto es facilitar al alumnado de nuevo ingreso en el GAE la adquisición de ciertas competencias matemáticas y la asimilación y aprendizaje de los conceptos y procedimientos matemáticos, que desde comienzos de este grado en nuestra universidad se ha detectado que es una de las principales carencias que presenta este alumnado. Por otra parte, se persigue que los profesores logren, con la creación de estos materiales, motivar y hacer que el alumnado tenga mayor interés en esta asignatura.

Las profesoras de la asignatura están elaborando diferentes tipos de materiales como video-tutoriales y applets (usando distintos software para el tratamiento de problemas matemáticos, como Mathematica o GeoGebra) para complementar tanto los conocimientos teóricos como los prácticos que se impartirán en la asignatura Matemáticas para el Análisis Económico I.

Una vez elaborado todo el material se creará un “libro” interactivo con todo lo elaborado de forma que el alumnado pueda consultarlo en formato Ebook (o epub) cuantas veces necesite a la hora de trabajar la asignatura. Además, con su utilización el alumnado podrá adquirir ciertas destrezas y competencias en el uso de software de cálculo simbólico y de geometría dinámica que le ayudarán a la mejor asimilación de los conceptos.

Presentamos aquí un ejemplo de cómo quedaría una de las prácticas que se realizan en la asignatura utilizando el programa de cálculo simbólico Mathematica y el tipo de documento “cdf”.

## 1. INTRODUCCIÓN

Este trabajo describe una experiencia realizada con los alumnos del grado de Análisis Económico de la Universidad Pablo de Olavide que realizan la asignatura de Matemáticas para el Análisis Económico I. Una parte de la evaluación de la citada asignatura se corresponde con una prueba que el alumnado realiza con la ayuda del programa de cálculo simbólico Mathematica. Hasta el curso 2013/14 la versión utilizada, en las aulas de informática, era la 8.0, pero con la llegada del nuevo curso 2014/15, la versión de Mathematica ha cambiado a la 10.0 y posteriormente a la versión 10.1 para el curso actual 2015/16. Así, esta nueva versión del software Mathematica

introduce numerosos cambios respecto a la que se venía utilizando. Por este motivo, todos los apuntes relativos a las prácticas de informática que el alumnado puede descargar desde el aula virtual de nuestra asignatura han tenido que ser cambiados y adaptados a la nueva interface.

Por este motivo, las profesoras de la asignatura decidimos en el curso pasado pedir un proyecto cuyo objetivo era no exactamente escribir un nuevo manual de Mathematica 10.0 para nuestro alumnado, queríamos ir un poco más lejos y escribir un manual de este programa que le sea útil a nuestro alumnado que les explicara cómo hacer los conceptos y procedimientos dados en las Enseñanzas Básicas y en las Prácticas de nuestra asignatura utilizando el software Mathematica.

De esta forma, se pretendía que el manual introdujera al alumnado el programa informático, que fuese un manual interactivo para que el alumno pueda adquirir destrezas y competencias en el uso de este programa y que contuviese además actividades auto-evaluables para que los alumnos tengan una herramienta con la que puedan medir en cierta forma su evolución y su progreso en el uso de este software de cálculo simbólico.

Como se ha indicado anteriormente, el primer objetivo del proyecto (y principal) era la creación de un manual interactivo sobre Mathematica 10, con el que facilitar el aprendizaje autónomo del alumnado de la asignatura de Matemáticas para el Análisis Económico I, así como la adquisición de competencias digitales en el uso de programas de cálculo simbólico en general y en el uso de Mathematica 10 en particular y como segundo objetivo, y mucho más ambicioso, se quería dar difusión al manual escrito además de en el aula virtual, en la app-store, itunes-U y google-store para que los alumnos puedan descargarlo, si así lo desean, en una Tablet, libro electrónico, etc., o cualquier otro dispositivo electrónico.

## **2. EL SOFTWARE MATHEMATICA Y LOS DOCUMENTOS CDF**

Mathematica es un programa que realiza cálculos de manera tanto numérica como simbólica, asimismo, permite realizar gráficos e integrar los resultados en un mismo documento. Además, dispone de un lenguaje de programación propio que permite la construcción de programas que se ajustan a las necesidades del usuario. Desde sus inicios, en 1988, su uso se ha ido extendiendo a los nuevos campos de la Ciencia y la Ingeniería. En la página oficial de Mathematica <http://www.wolfram.com> se puede encontrar mucha información y utilidades para este programa.

Podemos describir el programa Mathematica como “una calculadora de tipo numérico”, la diferencia con una calculadora es que tiene implementadas aproximadamente unas 750 funciones y además trabaja con la precisión que se desee (incluyendo precisión infinita); o como “un paquete de subrutinas para cálculo matemático”, se pueden hacer operaciones que requieran el uso de funciones o de procedimientos especiales como la integración numérica, la optimización de funciones, programación lineal, etc. que se pueden utilizar directamente; o como “una calculadora simbólica”, con la posibilidad de trabajar con expresiones simbólicas. Se puede definir una función que quedará almacenada tal como es, y no en forma de algoritmo que pueda dar aproximaciones a la

función. Se pueden sustituir valores de la variable como expresiones, parámetros, etc. y el sistema entiende y opera en forma simbólica (exacta); o como “una potente herramienta de cálculo simbólico”, se puede derivar e integrar funciones, resolver ecuaciones diferenciales, calcular límites, manipular series de potencias, utilizar transformadas integrales, etc. ; o como “un paquete gráfico” que permite dibujar en dos o tres dimensiones, elegir perspectivas, sistemas de representación, sistemas de coordenadas, animar las gráficas, etc.; o como “un lenguaje de programación”, se puede realizar programación a tres niveles: 1. Programación de tipo procedural (uso de bloques, iteraciones y ciclos, recursiones, etc.), 2. Programación funcional (con la posibilidad de definir funciones, operadores funcionales, etc.) y 3. Programación basada en reglas (suministrando reglas que indican como operar o transformar expresiones simbólicas, funciones, etc.); o como “un sistema para crear documentos interactivos”, con posibilidad de incluir texto, gráficos, sonidos, animaciones, etc., por último, también se puede describir como “un sistema de apoyo a otros programas”, se puede comunicar con Mathematica desde otros programas y pedirles tareas que realizará y después enviará los resultados.

Por otra parte, desde hace poco tiempo es posible crear archivos “cdf” con Mathematica, son archivos “Computable Document Format” es decir, “formato de documento computable”, es un tipo de archivos con formato de documentos electrónicos creado por Wolfram Research (autor también del software Mathematica), su principal característica es que ha sido diseñado con la intención de permitir interacción dinámica con usuarios. Existen distintos manuales creados para las distintas asignaturas en pdf. (Fedriani, E.M. y García, A. (2004) y Fedriani, E.M. y Romano, I. (2012)).

### **3. UNA APLICACIÓN EN EL AULA**

El segundo objetivo que las profesoras de la asignatura se plantean en el proyecto es que los alumnos deben de adquirir unas competencias digitales en el uso del programa de cálculo simbólico en general y en el uso de Mathematica en particular. Así, Para poder llevar acabo la actividad en el aula se han realizado distintos trabajos. En primer lugar como se ha comentado ya se realizó un manual interactivo utilizando las herramientas citadas anteriormente y de ebook-Author: que es una herramienta que utilizamos para crear un archivo multimedia, donde se incluyó videos, objetos 3D, applets de Mathematica y con Geogebra y como resultado se obtuvo un ebook interactivo. Geogebra lo utilizamos como paquete de geometría dinámica con el que crear applets interactivos.

Concretando, creamos un libro interactivo para los estudiantes que contiene tres capítulos, los capítulos coinciden la los temas que se imparten en la asignatura (Carrasco, F. y Ordaz, J.A. (2015a)):

- Capítulo 0: Introducción a Mathematica 10.0.
- Capítulo I: Derivación
  - Funciones reales de variables real. Derivación
  - Funciones reales de varias variables reales. Derivación.
- Capítulo II: Integración

- Funciones reales de variable real. Integración
- Funciones reales de varias variables reales. Integración.

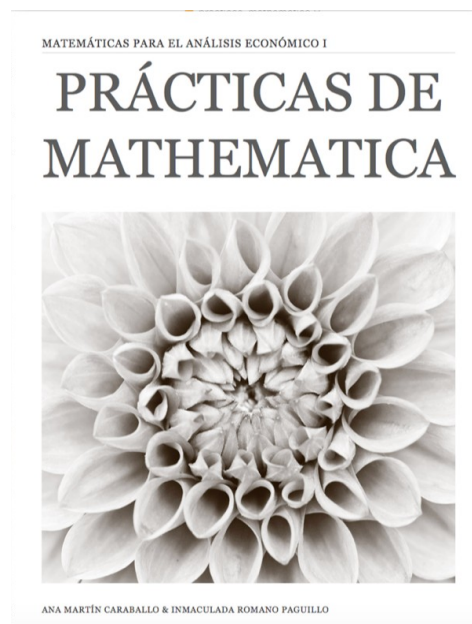
Los tres capítulos corresponden al temario de la asignatura aunque dados de una forma interactiva y novedosa para ellos.

Una vez realizados los manuales, durante las practicas se ha hecho una revisión de los distintos capítulos y hemos podido constatar que es una herramienta muy eficaz a la hora del desarrollo de las clases. En primer lugar al profesor le da tiempo, en la hora de clase, a realizar una revisión total de la práctica y además el alumnado ha tenido al menos que interactuar con todos los conceptos necesarios para poder finalizar la práctica, y con ello profundizar en los contenidos más importantes de la asignatura.

Durante el desarrollo de las prácticas los estudiantes tuvieron que enviar por correo electrónico la realización de los ejercicios interactivos que existían en las prácticas. A los estudiantes les ha resultado muy cómodo utilizar un documento propio de Mathematica en lugar de los antiguos pdf como herramienta de estudio y poder trabajar en el mismo documento en el que tenían los contenidos teóricos.

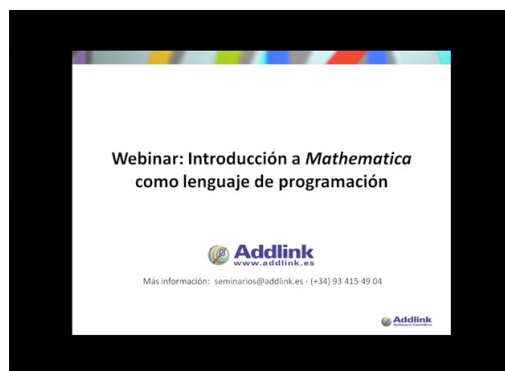
## 5. EL EBOOK CREADO

A continuación se presenta algunas capturas de pantalla de Ebook creado:



**Figura 1. Portada del libro interactivo**

- Capítulo I: Introducción. Es una introducción a Mathematica 10, en él encontramos cómo comenzar a utilizar el programa y las posibilidades de trabajo que nos va a permitir. Se intenta hacer conscientes a los alumnos que no es un programa difícil de trabajar con él y que nos permite una gran potencia de trabajo. Esta introducción es en realidad un video (Figura 2) donde se muestra la capacidad y potencia del programa.



**Figura 2. Video introducción a *Mathematica***

- Capítulo II: Derivación. Este capítulo consta de dos sesiones diferentes:
  - Funciones reales de variable real. Derivación.
  - Funciones reales de varias variables reales. Derivación.

Se introduce cómo trabajar en Mathematica los conceptos dados en los dos primeros temas de la asignatura. Se presentan de forma teórica (y resumida) los conceptos explicados en la asignatura, imágenes en formato CDF (formato interactivo creado con Mathematica) en las que los alumnos pueden ver, “hacer” y trabajar tales conceptos en el programa Mathematica, y por último también se incluyen videos realizados con Geogebra de esos conceptos para una mejor comprensión de los conceptos teóricos.

- Capítulo III: Integración. Este capítulo consta de dos sesiones diferentes:
  - Funciones reales de variable real. Integración.
  - Funciones reales de varias variables reales. Integración.

En este capítulo se introduce cómo trabajar en Mathematica los conceptos dados en los dos últimos temas de la asignatura. Al igual que en el capítulo anterior, se presentan de forma teórica (y resumida) los conceptos explicados en la asignatura, imágenes en formato cdf (formato interactivo creado con Mathematica) en las que los alumnos pueden ver y “hacer” tales conceptos en el programa Mathematica, y por último también se incluyen videos realizados con Geogebra de esos conceptos para una mejor comprensión de los conceptos teóricos.

A continuación, se incluyen algunas imágenes del e-book creado, es difícil plasmar en una memoria “estática” algo interactivo como es el manual creado pero nos gustaría que pudiesen hacerse una idea con las siguientes imágenes.

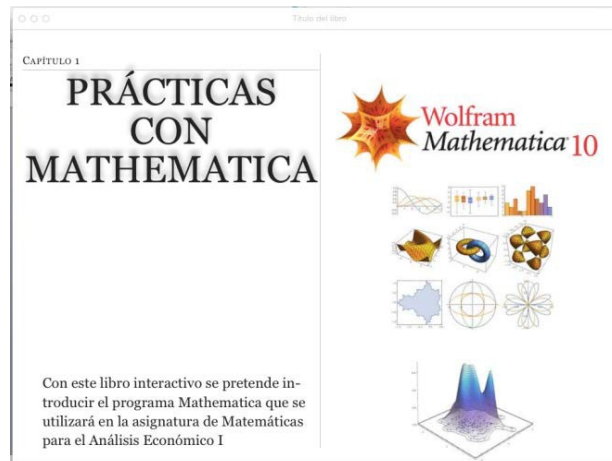


Figura 2: Capítulo II



Figura 3: Sección I. Primera práctica

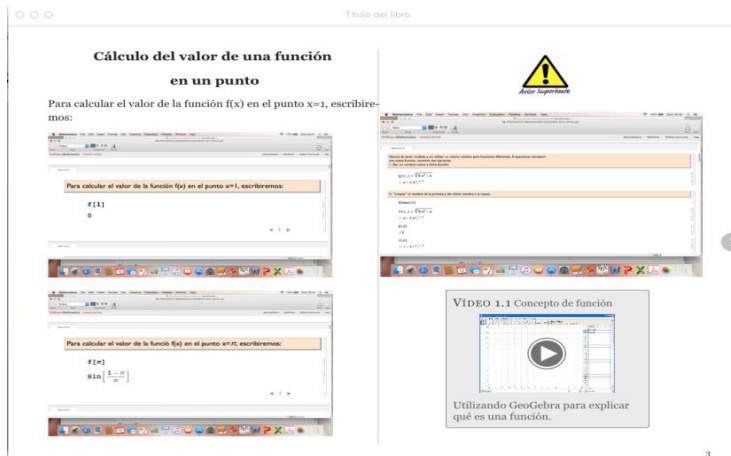


Figura 4: Sección II. Primera práctica

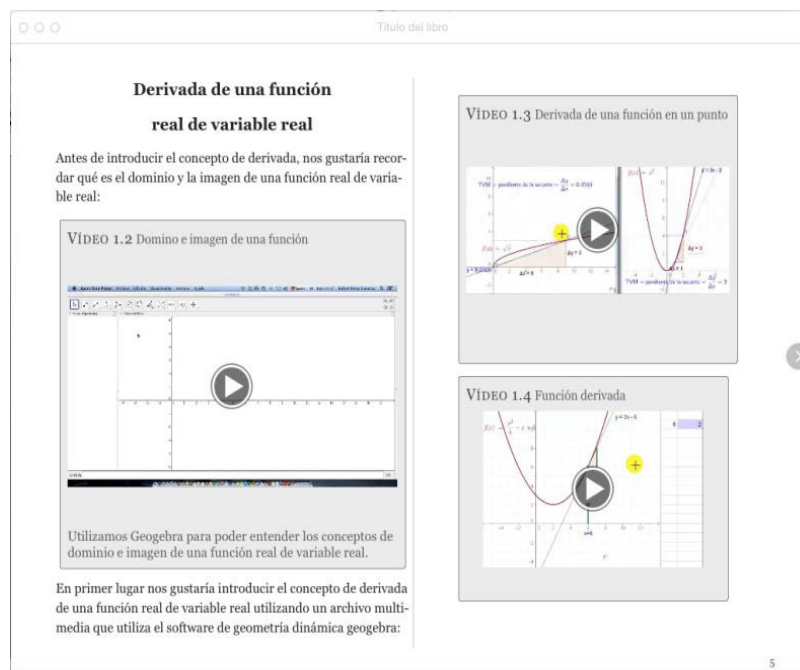


Figura 5: Aplicaciones con GeoGebra

## 6. RESULTADOS Y CONCLUSIONES DE LA APLICACIÓN

Con los resultados obtenidos una vez que hemos probado la aplicación en el aula, se puede concluir lo siguiente:

- Los estudiantes han adquirido una nueva competencia como es la competencia digital, muy utilizada en la actualidad.
- Los estudiantes han realizado una revisión completa de las prácticas utilizando la herramienta desde el principio.
- Los profesores han conseguido fomentar la utilización de distintos programas informáticos.
- Los profesores han utilizado Mathematica como una herramienta de cálculo pero han conseguido que los estudiantes alcancen un nivel de adquisición de los conceptos de la asignatura en profundidad al poder utilizar todas sus aplicaciones.

Por último, nos gustaría decir que el interés de esta aplicación es llevada a cabo por la naturaleza del proyecto y no se incluía ninguna evaluación, pero sí queremos hacer explícito que las prácticas con el programa Mathematica forma parte de la evaluación de nuestra asignatura con una puntuación del 20% del total de la nota de la ésta, por lo que es muy importante que el alumno adquiera las competencias necesarias para conocer y utilizar este programa de cálculo simbólico y así, poder superar esta parte de la evaluación de la asignatura.

## 7. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Carrasco, F. y Ordaz, J.A.(coordinadores) (2015a). Guías Docentes del Grado en Análisis Económico. Sevilla: Universidad Pablo de Olavide.

Fedriani, E.M. y García, A. (2004). Guía rápida para el nuevo usuario de Mathematica 5.0. Málaga: EUMED·NET.

Fedriani, E.M. y Romano, I. (2012). “Mathematica 8 como recurso docente en Estadística Emrpesarial.

Melgar, M.C., Fedriani, E.M., Martín, A.M. y Romero, E. (2009). “Aplicación de innovaciones docentes en la enseñanza de Matemáticas de LADE en la Universidad Pablo de Olavide”, Actas de las I Jornadas Andaluzas de Innovación Docente. Córdoba, España, 9-10 de noviembre.