

# LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS ARITMÉTICOS DESDE UN ENFOQUE COMUNICATIVO

**Autor1 León Llamas Rosa M<sup>a</sup>**, *CEIP “Director Manuel Somoza. El Campillo (Sevilla)*

**Autor 2 Silva Isla José Luis**, *CEIP “Director Manuel Somoza. El Campillo (Sevilla)*

## RESUMEN

Muchos estudios han tratado de identificar y describir las distintas fases en el proceso de resolución de problemas matemáticos. En todos ellos, la primera fase es la lectura comprensiva del problema. Por lectura comprensiva entendemos el proceso activo en el cual deben integrarse los conocimientos previos con la información del texto para buscar las estrategias de resolución. Los autores proponen utilizar estrategias lingüísticas de comprensión utilizando con propiedad el lenguaje matemático y estableciendo conexiones e inferencias con los conceptos matemáticos a lo largo de todo el proceso de resolución, es decir, trabajar ese proceso desde un enfoque comunicativo.

## 1. INTRODUCCIÓN

Existen muchos enfoques en la resolución de problemas dado el gran número de autores que han realizado estudios e investigaciones sobre este tema. George Polya (1965), considerado por muchos el padre de la heurística matemática, estableció cuatro fases en la resolución de problemas que después sirvieron de referencia para muchos planteamientos y modelos posteriores, en los que se fueron añadiendo nuevos matices, si bien el esquema básico de todos ellos se mantiene. Las etapas del proceso de resolución que determina Polya son las siguientes:

- Comprensión del problema.
- Concepción de un plan.
- Ejecución del plan.
- Visión retrospectiva.

Estos cuatro pasos, que se conciben como un proceso que podrían aplicarse también a problemas incluso no matemáticos, de la vida diaria.

Tomando como referencia este modelo, abordaremos el proceso de resolución de problemas aritméticos desde un enfoque comunicativo.

## 2. ENFOQUE COMUNICATIVO

Al poner en práctica la metodología de Polya para la resolución de problemas en Educación Primaria, es necesario tener en cuenta que su aplicación y la importancia concedida a cada una de las fases, debe adecuarse a las edades y desarrollo intelectual del alumnado con el que se trabaje.

Como estrategia metodológica, hemos representado las fases de la metodología mediante un engranaje con cinco ruedas dentadas, con la finalidad de asociar el proceso con un mecanismo que no funcionaría si nos saltáramos alguno de sus pasos (ruedas).

Si bien es cierto que hay problemas que tienen particularidades propias, existe un proceso común en la mayor parte de ellos que es el que representa la figura 1.

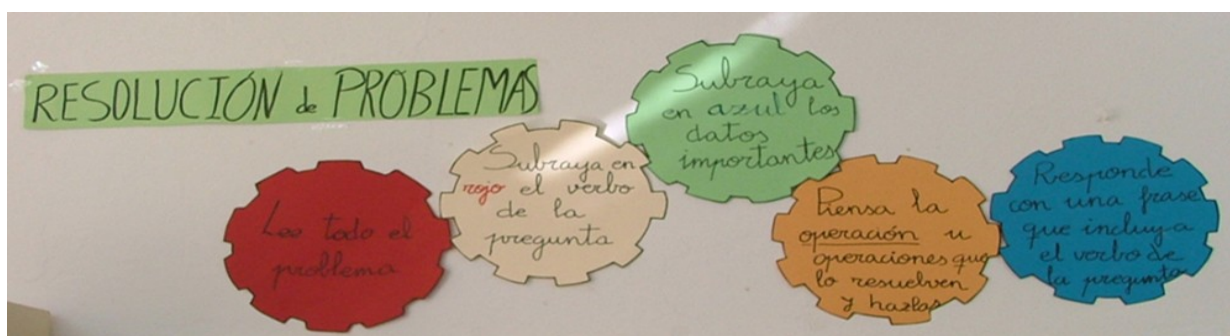


Figura 1. Engranaje con las fases para la resolución de problemas.

Analicemos cada una de las ruedas que componen ese engranaje.

### 2.1. Lectura comprensiva del problema (Figura 2)

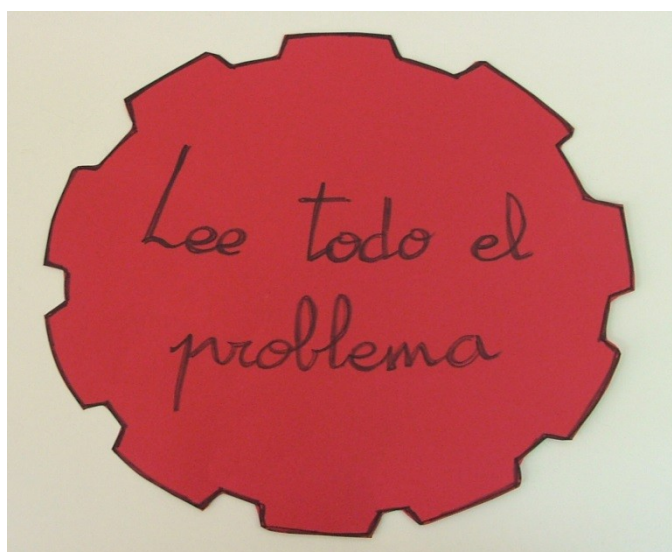


Figura 2 Lectura comprensiva

Por lectura comprensiva entendemos el proceso activo en el cual deben integrarse los conocimientos previos con la información del texto para buscar las estrategias de resolución.

Podríamos considerar el texto de los enunciados matemáticos como una tipología textual particular en la que se expresa la situación a resolver pero no el modo de llevarla a cabo.

Respecto a la estructura de estos textos, diferenciaremos dos partes: Por un lado estará la pregunta o cuestión, ya sea en estilo directo o indirecto y por otro lado, estarán los datos que me permitirán dar respuesta a la cuestión planteada.

El proceso para obtener la respuesta, forma parte del trabajo del alumnado, el cual debe decodificar el mensaje contenido en el enunciado y trasladarlo a un “lenguaje matemático” que le permita avanzar en el proceso de resolución. De aquí se deduce que las dificultades que pueden aparecer en la comprensión del enunciado de un problema pueden ser de tipo lingüístico y/o de tipo matemático.

En el proceso de comprensión lectora, utilizaremos las siguientes estrategias (Figura 3):



Figura 3: Estrategias de comprensión lingüísticas adaptado de J. Ripoll Salceda

Veamos con más detenimiento en qué consisten cada una de estas estrategias y el momento de aplicación:

- Previsión (antes de la lectura)

Ayuda al alumnado a establecer un propósito para la misma. Motiva a los estudiantes a la lectura del texto. Los capacita para examinar los rasgos del texto y su estructura organizativa. Mediante esta estrategia nuestro alumnado relaciona lo que ellos ya conocen con el texto.

Expresiones incitadoras por parte de los docentes:

- ¿Vamos a hacer un problema o un ejercicio?

- ¿Hay información en gráficos o dibujos?
  - ¿Cómo está la pregunta en estilo directo o indirecto?
- Vocabulario (durante la lectura)

El conocimiento del vocabulario influye decisivamente en la comprensión. Hemos de tener en cuenta las siguientes consideraciones respecto al lenguaje matemático:

- El lenguaje matemático tiene semejanzas con el lenguaje ordinario pero utiliza palabras y símbolos con un significado totalmente distinto. Ejemplo: Igual, raíz, índice, etc. En matemáticas “igual” se refiere a la igualdad, el signo de igualdad separa dos designaciones de un mismo objeto; en el lenguaje ordinario, quiere decir parecido, similar. En matemáticas, el cuadrado no tiene cuatro lados iguales sino cuatro lados de la misma longitud. Si los lados fueran iguales, estarían superpuestos, colocados en el mismo lugar.
- El lenguaje matemático está ausente de valoraciones subjetivas y necesita precisión, así por ejemplo, la utilización de términos como delante y detrás del lenguaje ordinario en relación con anterior y posterior, puede provocar confusiones. De esta manera, en una fila de personas los que están delante o detrás de uno cambiarán dependiendo de que la fila esté mirando a derecha o a izquierda. En matemáticas el número que está “delante” es el “anterior” y el que está “detrás” es el “posterior” y esto no cambiará nunca.
- El orden y la forma de presentación de los datos puede dificultar la traducción del enunciado a una representación mental. Por ejemplo, el poner sumas, restas en horizontal, la utilización de varios signos para una misma operación (en la división:  $\div$ ,  $/$ ,  $\frac{\quad}{\quad}$ ) el uso de ciertas expresiones (paréntesis, fracciones, índices, etc.) que obligan a leer el enunciado en todas las direcciones, no sólo de izquierda a derecha y en su conjunto.
- Una de las dificultades con las que se puede encontrar un alumno o alumna es la traducción simbólica, en términos numéricos, de las ideas lógicas que ya ha realizado. Es decir, son capaces de resolver el problema mentalmente, pero no con los algoritmos matemáticos necesarios. En este caso habrá que reforzar los distintos significados de las operaciones aritméticas y los verbos de acción y/o palabras clave que conllevan. Resultará de ayuda eficaz, sobre todo para aquellos alumnos y alumnas que más dificultad tengan, el uso de listas de vocabulario con palabras de situaciones que son resueltas mediante las diferentes operaciones aritméticas.

Esta estrategia consistirá en hacer consciente al alumnado de las características propias del lenguaje matemático anteriormente descritas.

También se trabajarán aquí las equivalencias en las expresiones, decir lo mismo de “otra manera”, de la que más me convenga para poder resolver el problema.

Por ejemplo “Luis tiene 4 años más que Ana” es lo mismo que “Ana tiene 4 años menos que Luis”. “Luis tiene el triple de años que Ana” es lo mismo que “Ana tiene un tercio de los años que tiene Luis”

- Conexiones (durante y después de la lectura)

Esta estrategia consiste en que los estudiantes relacionen lo leído en el texto con otros problemas parecidos ya hechos anteriormente. La lectura activará los esquemas de conocimiento del lector y conectará la nueva información con la que ya posee.

Ejemplos de frases o expresiones incitadoras por parte de los docentes:

- ¿Qué detalles y acontecimientos del texto conectan con vuestra propia experiencia?
- En un problema de compra- venta: Cuando tu vas a comprar.....
- ¿Qué otros problemas parecidos hemos resuelto antes?

- Inferencias ( después de la lectura)

Esta estrategia permite al lector leer entre líneas. Para ello, debe utilizar información implícita previamente depositada en sus esquemas de conocimiento. Significa extender la comprensión más allá de lo que es puramente literal. La inferencia es un elemento fundamental de la comprensión del problema porque conecta con los esquemas de conocimiento de la construcción del número y de las operaciones aritméticas. Implica también la capacidad de argumentación, es decir, plantear secuencias, formular conjeturas y corroborarlas, establecer juicios y razonamientos mediante la explicación, justificación o verificación.

Ejemplos de expresiones incitadoras:

- ¿Qué operación aritmética me permite juntar?
- ¿Qué tengo que hacer para saber dónde hay más o dónde hay menos?
- ¿Qué significa el doble, triple, mitad...?
- Si no puedo resolver el problema porque necesito otros datos que no están, ¿Puedo averiguarlo con los que sí tengo?

- Resumen (después de la lectura)

Según algunos estudios cuantas más palabras tenga el enunciado más complicado resultará su resolución, siendo esta influencia mayor en los primeros años de la escolaridad que en los últimos. Lo mismo cabe decir del número de operaciones aritméticas que requiere el problema y del tamaño de los números que se emplean (al aumentar el número de operaciones y el tamaño de los números disminuyen las probabilidades de éxito).

Por otro lado, la presencia de datos irrelevantes puede oscurecer la representación mental, pero a la vez nos puede ayudar a entrenar a nuestro alumnado a identificar los

datos importantes de los superfluos o a deducir que se trata de un problema que no se puede resolver por no disponer de todos los datos necesarios.

Esta estrategia ayuda al lector a identificar y organizar la información esencial encontrada en el texto. Precisa que el alumnado se concentre en los elementos clave del texto y no en los insignificantes.

Expresiones incitadoras:

- ¿Hay información irrelevante en el problema? ¿Hay datos innecesarios?
- Cuenta con tus palabras lo ocurrido en el problema.
  
- Visualización (después de la lectura)

Esta estrategia capacita al lector a hacer concreto y real lo que ocurre en el texto. El lector visualiza creando un dibujo/imagen en su mente basado en los detalles descriptivos que proporciona el texto. La visualización ayuda al recuerdo y la memoria.

Expresiones incitadoras por parte de los maestros/as:

- Dibuja el problema (para el alumnado de menor edad)
- Haz un esquema del problema (Alumnado mayor)
- Vamos a dramatizar el problema.

- Evaluación (después de la lectura)

Ayuda al alumnado a establecer juicios, a valorar lo leído. Su necesidad surge de las diferentes perspectivas o puntos de vista que pueden asumirse en la elaboración de los. Los estudiantes deben comprender, apreciar y enjuiciar las distintas perspectivas que existen en cualquier texto escrito.

Expresiones incitadoras:

- ¿Qué punto de vista refleja el problema, el del comprador o el del vendedor?
- ¿Estás de acuerdo con él?
- ¿Con cuál estás más de acuerdo? ¿Por qué?
  
- Cuando distribuimos personas en grupos, ¿Pueden sobrar personas? ¿Dejamos incompletos los grupos?

No todas estas estrategias de comprensión lectora han de trabajarse en todos los problemas, podemos poner el énfasis en aquellas que se consideren más necesarias en este tipo de textos, tal como las inferencias, vocabulario, conexiones, visualización...

Su uso también dependerá de si el tipo de problema a trabajar sea nuevo o no.

## 2.2. Análisis de la estructura del problema: La pregunta.

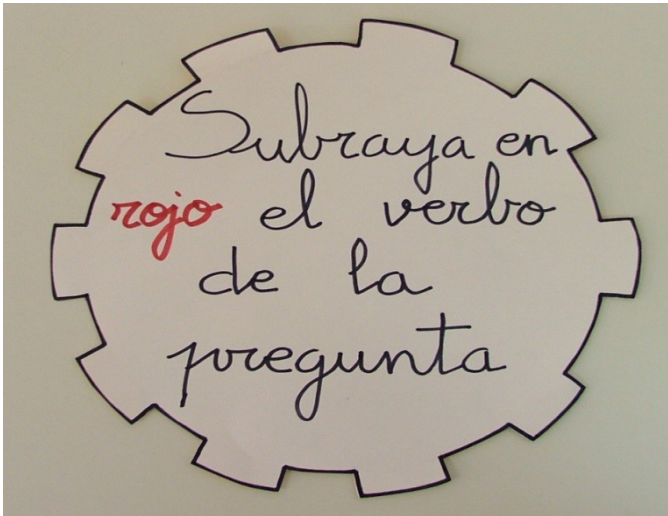


Figura 4. Identificación de palabras clave en la pregunta

En la estructura de estos textos, diferenciaremos dos partes: la pregunta o cuestión, ya sea en estilo directo o indirecto y los datos que me permitirán dar respuesta a la cuestión planteada. Diferenciaremos estas dos partes subrayando las palabras clave de ambas con colores diferentes.

Utilizaremos el color rojo para el subrayado del verbo y/o palabras clave de la pregunta sobre la que debo dar una información y/o respuesta como indica la Figura 4.

Recordemos que la pregunta puede estar en estilo directo o indirecto y su palabra clave es el verbo.

Se persigue el objetivo de que nuestro alumnado comprenda la estructura de todo problema donde tenemos que identificar claramente y diferenciar la pregunta que se nos pide por un lado y por otro, los datos que serán necesarios y útiles para su resolución.

La estrategia de vocabulario descrita en el apartado anterior, puede permitir en esta fase del proceso anticipar una estrategia de resolución.

## 2.3. Análisis de la estructura del problema: Los datos

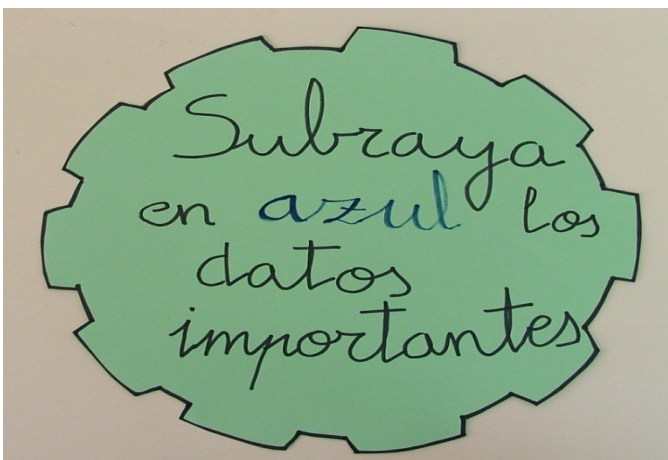


Figura 5. Identificación de palabras clave en los datos.

En una primera etapa de iniciación a la resolución de problemas, puede plantearse cada dato numérico en un renglón, al objeto de facilitar su comprensión.

El subrayado persigue la integración de la estructura del problema. Una vez realizadas las estrategias de comprensión, el alumnado estará en disposición de seleccionar los datos necesarios para resolver el problema, éstos son los “datos importantes”.

Las palabras claves de los datos se subrayarán de azul (Figura5) y serán: el dato numérico, la magnitud y el verbo. Hay que enseñarles a no subrayar el problema entero, todos los datos.

También hay que “sacar” los datos importantes del problema y ponerlos en forma de oración utilizando símbolos matemáticos antes de hacer las operaciones. En los problemas que se resuelvan en varias etapas, los datos que se vayan obteniendo se irán poniendo también con oraciones.

#### ***2.4 .Establecer relaciones entre pregunta y datos para la resolución del problema***

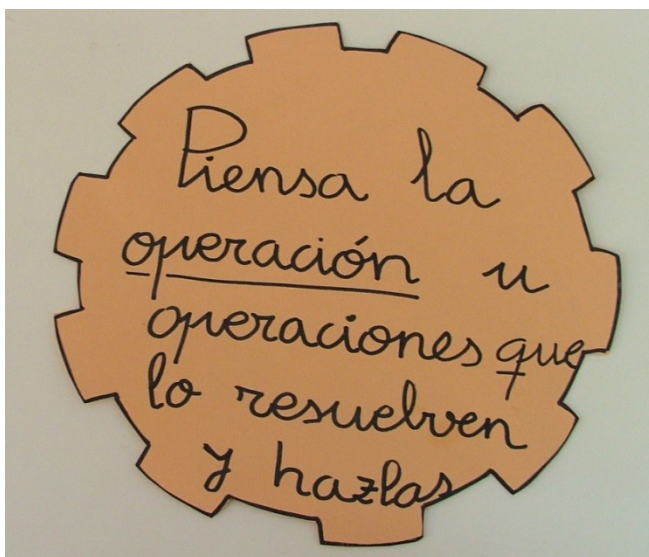


Figura 6: Establecer conexiones e inferencias

Esta es la parte fundamental del proceso de resolución de problemas. Una vez comprendida la situación planteada y teniendo clara cuál es la meta a la que se quiere llegar, es el momento de planificar las acciones que llevarán a ella. Las estrategias para trabajar las conexiones e inferencias (Figura 6) son fundamentales en esta parte del proceso. Abordaremos cuestiones como para qué sirven los datos que aparecen en el enunciado, qué puede calcularse a partir de ellos, qué operaciones utilizar y en qué orden se debe proceder...

En esta fase puede ser útil el uso de esquemas que ayuden a clarificar la situación a resolver, así como el proceso a seguir (estrategia de visualización de la comprensión lectora del problema). Del mismo modo puede ser práctico recordar si se han abordado



con anterioridad problemas similares y qué estrategia de resolución se siguió (Conexiones).

Es necesario verbalizar el mecanismo de resolución para que la maestra o el maestro pueda observar los procesos resolutores que se ponen en juego y poder actuar sobre ellos si es preciso.

### **2.5. Expresión clara y contextualizada de la respuesta.**

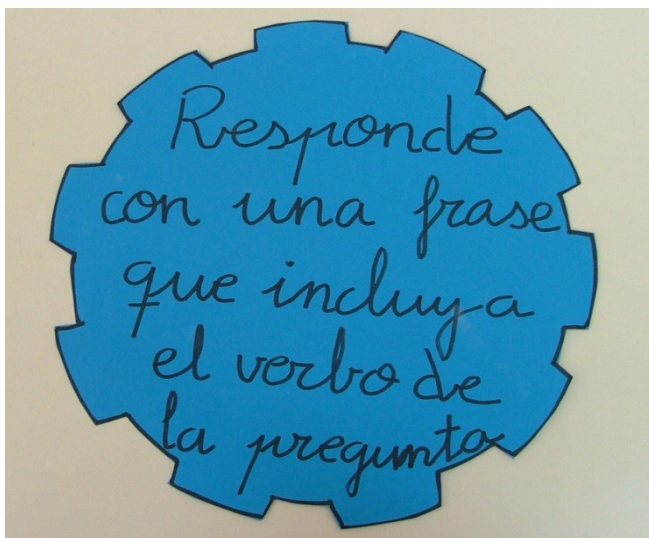


Figura 7. Revisión y verificación de la respuesta

Esta fase es la de verificación y revisión, de mirar hacia atrás, recorrer los pasos que se han seguido para la resolución del problema con objeto de detectar posibles errores o deficiencias. Sobre todo si se ha cometido un error, debemos comprobar las decisiones tomadas (análisis de la información, ejecución de los cálculos, etc.) y de los resultados del plan ejecutado (exactitud de la respuesta, correspondencia con el enunciado que la originó, etc.).

Un problema no termina cuando se ha hallado la solución. La finalidad de la resolución de problemas es aprender durante el desarrollo del proceso, y éste termina cuando el alumno o alumna siente que ya no puede aprender más de esa situación.

El docente, de forma dirigida deberá introducir al alumnado, en un proceso de reflexión en el que se planteen las siguientes preguntas antes de escribir la respuesta a la pregunta (Figura 7):

- ¿El resultado obtenido tiene lógica?
- ¿El dato responde a la pregunta planteada?
- ¿Utiliza todos los datos importantes?
- ¿Cuadra con las estimaciones y predicciones razonables realizadas?
- ¿Es posible encontrar una solución más sencilla?
- ¿Se puede resolver el problema de un modo diferente?
- ¿Es posible utilizar la estrategia empleada para resolver otros problemas?

## **REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

RIPOLL SALCEDA, J. C. (2012) “Apuntes del curso Intervención en Problemas de Comprensión Lectora” Máster en Intervención Psicológica y Educativa. Universidad de Navarra.

PÓLYA G. (1965). “Cómo plantear y resolver problemas”. México: Trillas