Rosa María Ruiz Núñez
VI Encuentro Provincial del Profesorado de Matemáticas.
9 de December de y

Érase una vez…
… una profe de mates.

"*España limita al norte con el Mar Cantábrico, los Montes Pirineos que nos separan de Francia. Al Este con el mar Mediterráneo, al Sur con el mar Mediterráneo, el Océano Atlántico y el estrecho de Gibraltar, que nos separan de África. Al Oeste con el Océano Atlántico y Portugal*". Me he preguntado muchas veces cómo es posible que aún recuerde esa cancioncilla. Al recitarla me producía satisfacción el hecho de recordarla bien, sin ser consciente del significado de las palabras que estaba pronunciando y, mucho menos, del sentido global de todo ello. Han tenido que pasar más de treinta años para que me diera cuenta de todo el conocimiento que encerraban aquellas frases que se habían inventado con tanta rima.

La cosa no queda ahí, porque también me he preguntado por qué no tengo guardado en mi memoria un recuerdo similar en torno a la geometría. Al menos, en un momento determinado, hubiese podido rescatarlo para llegar a su comprensión, como al final ocurrió con los "Límites de España". Los recuerdos respecto a ella se remontan a séptimo de EGB, a un trabajo que nos propuso el maestro. La tarea consistía en reproducir la imagen de un ciclista. Como no se me daba bien el dibujo a mano alzada, a mí no se me ocurrió otra cosa que realizar una cuadrícula en ambos lienzos y trasladar el dibujo original a aquel en el que debía entregarlo. A mi maestro no le debió parecer bien la idea, pues mi nota fue "notable", frente a la de otro de mis compañeros que obtuvo un "supersobresaliente" porque, según le habían informado, yo había hecho trampa dibujando la cuadrícula. Por supuesto que no tenía idea alguna de que lo que yo había hecho había sido utilizar una escala para reproducir el dibujo.

Buscando información sobre didáctica de la geometría, en la extensa red de la que disponemos en la actualidad, he encontrado autores que defienden que, además de enseñar los conceptos, los alumnos deben hacer otro tipo de actividades. El problema para mí es definir qué es “enseñar los conceptos” pues considero que si el concepto se trabaja bien y queda claro, lo que se trate a posteriori se hará sobre algo sólido. Y la solidez de los cimientos de la geometría en mis alumnos es tan frágil como lo era la mía antes de preocuparme por ella. Lo cual no quiere decir que yo ahora la domine. “*Tanto la biología como la experiencia contribuyen al desarrollo de los recursos cognitivos. Durante el crecimiento y la maduración infantil, se producen cambios importantes en el desarrollo, tanto en las estructuras cerebrales, tales como los cambios en los lóbulos frontales, y a nivel neuronal, como la proliferación y eliminación de conexiones neuronales, que dan lugar a menos conexiones, pero más fuertes*” (Kuhn, 2008, Nelson, 2009).

Uno de los debates actuales en torno a la docencia de las matemáticas se centra en responder a la cuestión de si el tema central en ella debe ser la comprensión conceptual o las competencias procedimentales. Si tuviera que posicionarme en uno de los extremos, diría que ambas cosas son importantes. Aristóteles pensaba que en el equilibrio está la virtud. A mi me produce mayor satisfacción observar cómo un alumno abre los ojos para entender pequeñas cosas, que aquellos que quieren que se pase a lo siguiente porque ya han perdido mucho tiempo. Por supuesto, cada uno merecemos que se respete el nuestro.

Mis alumnos son futuros maestros que, en un alto porcentaje, confiesan que las matemáticas no se les dan bien y que, en muchos casos, dejaron de prestarles atención en segundo curso de ESO. A cambio, yo debo demostrar el teorema de la altura porque así se contempla en la bibliografía que debo impartir. Lo curioso es que, a pesar de tanta práctica con el teorema de Pitágoras (uno de los que más recuerdan), no distinguen de forma clara un triángulo rectángulo si no está en la posición adecuada.

Podemos hablar también de la tecnología que tenemos tan cerca pero que, a veces, nos cuesta mantener al alcance. Calculadoras, ordenadores de sobremesa, ordenadores portátiles, mini portátiles, tabletas, smartphones,... Y todo el conjunto de software asociado a ello. ¿Quién juega, el profe o el alumno? No olvido la tecnología que siempre estuvo al alcance de todos: la regla, el compás, el transportador, la escuadra y el cartabón... ¿Construir o dibujar? ¿En Educación Plástica o en Matemáticas? ¿En Tecnología o en Matemáticas?

No es motivo de esta comunicación hablar de todas estas fallas que voy observando en el aprendizaje de mis alumnos y en mi metodología, que también, pues supone un buen punto de partida para redireccionar mis clases y corregir aquello que no funciona. Es curioso observar sus caras dubitativas cuando, con intención, pregunto sobre algo que siempre creyeron cierto y yo les planteo una duda existencial con un simple interrogante. Tampoco es motivo de esta comunicación debatir en torno al uso de la tecnología en la didáctica de la geometría. “GeoGebra”, “Scracht”, “Sketch Up”, etc, pueden servir para plasmar en la pantalla lo que los alumnos tienen en la mente o lo que queremos que tengan. La pregunta es si antes de que se “ubique” en su mente no debería haber pasado por el estadio de sus sentidos. Constanze Kazuko Kamii en su libro “El niño reinventa la aritmética”, en el que considera las implicaciones de la teoría de Piaget, alude de esta manera a esa cuestión:

“*En la escuela, a los niños se les pregunta muy pocas veces por lo que piensan honradamente. No se les anima a que tengan opiniones propias y defiendan sus puntos de vista... Es importante animar a los niños a que tengan sus propias opiniones y dejar que ellos mismos decidan cuando hay otra idea mejor. Las ideas erróneas han de ser modificadas por el niño. No pueden ser eliminadas por el maestro. Además la naturaleza del conocimiento lógico-matemático es tal que cualquier maestro puede estar seguro de que los niños llegaran a las respuestas correctas si debaten entre sí durante un tiempo suficiente.*

Con todo esto no se pretende decir que los niños no aprenden mediante los cuadernos de ejercicios y la transmisión . Ciertamente lo hacen, y normalmente adquieren antes la verdad si se les dice que si la construyen por su cuenta. Pero debemos pensar en el aprendizaje en base a un contexto más amplio... En otras palabras, necesitamos considerar la autonomía como meta fundamental de la educación"

Es probable también que el auge de la "realidad aumentada" les permita conocer experiencias virtuales. Es un hecho que estamos evolucionando, pero por experiencia sabemos que la evolución a la que estoy haciendo referencia no se va a producir de la noche a la mañana. En la actualidad, cuento con alumnos que llevan años circulando por nuestro sistema educativo. Eso significa que han aprendido con los libros de texto que tenemos en el mercado, en los que la evolución gira en torno a determinados aspectos que, de momento, no resuelven los problemas que he mencionado anteriormente. En la Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa, vol. 16, núm. 2, julio, 2013, pp. 245-276 aparece una investigación reciente en torno a los libros de texto de matemáticas del bachillerato en el periodo 1970-2005, en la cual llegan, entre otras, a las siguientes conclusiones:

"Por lo que respecta a las continuidades, rupturas e innovaciones que se producen a lo largo de este proceso histórico, en tantos ámbitos de la realidad educativa, los libros de texto de matemáticas son muestra también de estos cambios:

− Lo que ha permanecido es un núcleo temático que recuerda las exposiciones clásicas de los textos de matemáticas, con una sobreutilización del lenguaje simbólico, y no tanto del aparato deductivo. Es decir, textos que han mantenido una estructura parecida en la parte expositiva, renunciando a presentaciones novedosas de los temas.

− Los textos se han adaptado a las características de los alumnos de la segunda enseñanza. Alumnos con poca capacidad de atención, poca comprensión lectora, pero receptores de impacto visual y manipuladores de tecnología electrónica. Se basan en el modelo de racionalidad tecnológica.

− Los textos han evolucionado hacia un modelo tecnológico-pragmático, por lo que el aspecto relacionado con la Resolución de Problemas o el estudio de situaciones no está debidamente recogido en ellos.

− Hacen falta ideas innovadoras que permitan producir textos que no se parezcan tanto entre sí, aunque tal vez este cambio no venga de los propios libros de texto, sino de la realización de unidades didácticas conforme al trabajo por competencias implantado por la LOE; está por verse cómo se readecuarán los textos a esta nueva metodología y los cambios que se producirán a causa de la utilización cada vez mayor de libros de texto digitales.”

También significa que están acostumbrados a una forma determinada de vivir la clase y por tanto, su docencia se verá reflejada en aquello que percibieron a lo largo de los años. Sin embargo, no deben quedarse ahí. Francisco Imbernón y María Teresa Colén lo expresan de esta manera:

“El conocimiento profesional del docente ha constituido una fuente de preocupación de los investigadores en las últimas décadas, que ha sido abordada desde perspectivas teóricas y metodológicas, que manifiestan la multidimensionalidad del concepto, así como las múltiples perspectivas históricas, sociológicas y políticas, tanto de las funciones atribuidas al profesorado como de los ejes de investigación. Si tradicionalmente se ha tenido en cuenta el conocimiento de la materia a enseñar, estas investigaciones aportan otros componentes necesarios para el desarrollo de la función docente, así Shulman (1986, 1991), incluye los contenidos de naturaleza pedagógico-didáctica que capacitan al docente como profesional de la formación. Tardif (2004), habla de saberes profesionales, y distingue los que se desarrollan en la práctica, a través de los conocimientos adquiridos en la formación universitaria y los saberes que se desarrollan desde la práctica reflexionada, en contextos complejos, cambiantes y diversos y los saberes individuales.

Por tanto, el cambio dentro del aula está en la persona que la gestiona. Según esto, todo depende de su ilusión, su motivación, sus conocimientos y su trayectoria.

En conclusión, y teniendo en cuenta la exposición anterior, el objetivo que me he propuesto es usar todo aquello que tengo a mi alcance para ayudar a que el proceso les ayude a recordar primero y reforzar, después, el aprendizaje que se supone han establecido a lo largo de su vida como alumnos de matemáticas. Ese será un primer paso que puedan comprender que el hecho de que sus futuros alumnos aprendan geometría dependerá de muchos factores, pero el principal será la comprensión que tengan de su protagonismo en ello. Complementar el libro de texto con la tecnología y con otras experiencias más reales podría suponer un buen comienzo.

En esta comunicación pretendo exponer que otra manera de hacer en clase de “mates” es posible, que aprender con nuestros alumnos también es importante y que no todos ellos están preparados psicológicamente para hacer frente a la geometría porque sus cimientos no son lo suficientemente fuertes. Estoy convencida que eso es algo que sabemos los docentes, pero aceptar el reto no es algo sencillo.

Mi clase

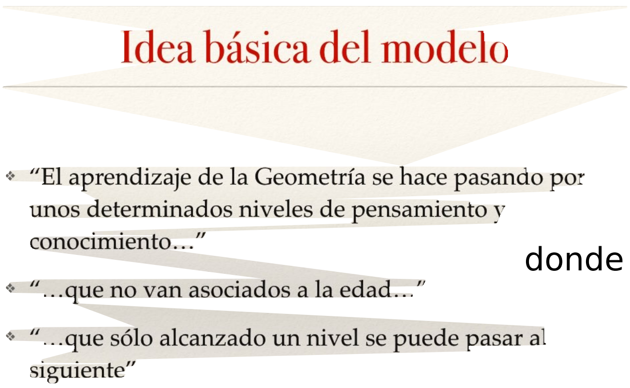
Para empezar a diseñar mi clase he necesitado:

1. Una teoría: el modelo Van Hiele de Didáctica de las Matemáticas.
2. Algo de tecnología: regla, compás, GeoGebra y Scracht.
3. Algunos conceptos matemáticos:
    1. Circunferencia
    2. Rectángulo aúreo
    3. Hexágono regular
    4. Triángulo equilátero
    5. Cuadrado
    6. Giro
    7. Traslación
    8. Simetría
    9. …
4. …y mucha imaginación.

La teoría: el modelo Van Hiele de didáctica de las Matemáticas.

No se trata en esta exposición de hacer un análisis exhaustivo de este modelo de didáctica de las matemáticas. El profesor Fernando Fouz, en su documento titulado “Un paseo por la geometría”, hace referencia a su papel en la elaboración de los currículos abiertos de geometría.

“*No es un modelo reciente, pues data de final de los cincuenta, pero, con la interpretación de los niveles a la didáctica actual, no ha perdido ninguna vigencia y sus ideas principales, niveles de aprendizaje y fases para una didáctica adecuada que facilite el paso de un nivel a otro, tienen gran interés para la elaboración de currículos abiertos de Geometría. Los niveles ayudan a secuenciar los contenidos y las fases organizan las actividades que podemos diseñar en la unidades didácticas.”*



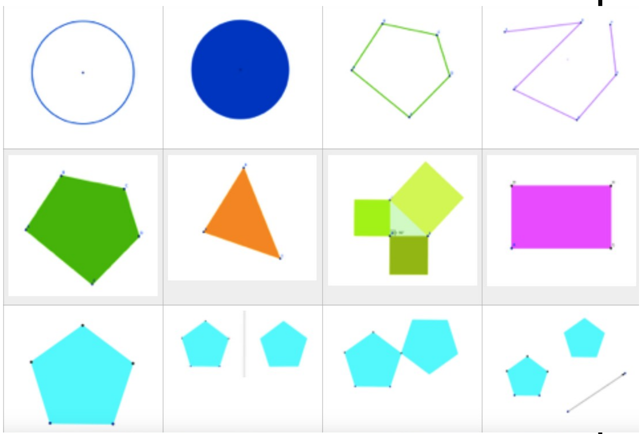
El trabajo se debe al matrimonio formado por Dina y Pierre Van Hiele. El libro original donde se desarrolla la teoría se titula “Structure and Insight”.

A modo de resumen, haré hincapié en la definición de los niveles y en el papel del profesor en el proceso.

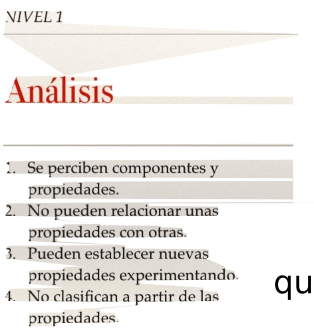
Aunque parece algo elemental el hecho de tener alcanzado este nivel, he comprobado con una sencilla actividad que no es del todo cierto.

Actividad 1: ¿Qué es? ¿Por qué?

La actividad consistió en la presentación de estas imágenes de forma sucesiva (por filas) para que los alumnos contestaran a las dos preguntas: ¿qué es? ¿por qué?



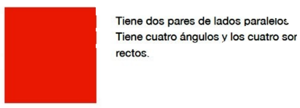
La tercera imagen lo consideraron un polígono a todos los efectos y cuando llegamos a la figura naranja, dudaban de lo que veían.



NIVEL 1

Análisis

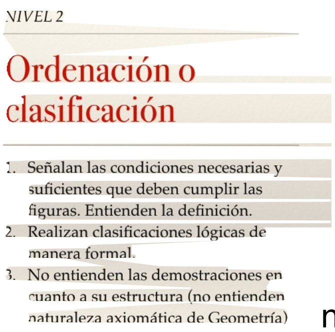
1. Se perciben componentes y propiedades.
2. No pueden relacionar unas propiedades con otras.
3. Pueden establecer nuevas propiedades experimentando.
4. No clasifican a partir de las propiedades.



Actividad 2: El hexágono regular…

El hexágono regular fue el polígono que elegí para que fuera construido con diferente tecnología. Primero con regla y compás, después con GeoGebra y por último con Scracht. Todo ello les da diferentes perspectivas sobre el concepto de este polígono tan “económico”.

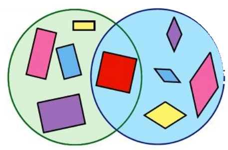
Actividad 3:



NIVEL 2

Ordenación o clasificación

1. Señalan las condiciones necesarias y suficientes que deben cumplir las figuras. Entienden la definición.
2. Realizan clasificaciones lógicas de manera formal.
3. No entienden las demostraciones en cuanto a su estructura (no entienden naturaleza axiomática de Geometría)

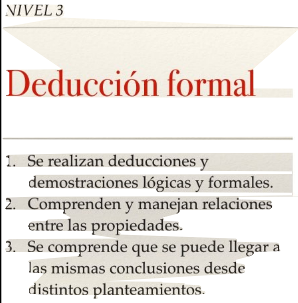


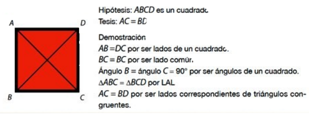
He encontrado estudios en torno a los criterios de clasificación de los cuadriláteros. Con la intención de averiguar cuál conocían mis alumnos, en lugar de utilizar la misma estrategia que en la actividad 1, me decidí por una en la que les daba pistas sobre lo que debían construir. Podían utilizar GeoGebra. Un ejemplo de enunciado fue:

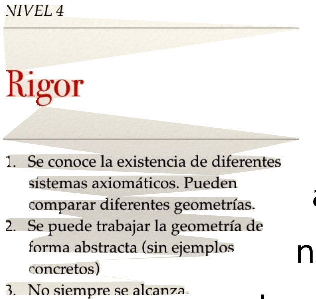
“*Construye un cuadrilátero que no tenga lados paralelos*”

Actividad 4: Dos demostraciones del teorema de la altura.

Utilizando la semejanza de triángulos, en un caso, y el teorema de Pitágoras en el otro, les pido un texto en el que interpreten ambas con sus palabras.







El nivel 4, como se indica en el documento al que he hecho referencia, está al alcance de muy pocos. Considero que mis alumnos no lo necesitan, aunque sí deben tener conocimiento sobre su existencia.

Algo de tecnología…

GeoGebra

GeoGebra me ha sorprendido desde que lo conozco por la velocidad de su desarrollo. Mi historia con él está ligada al descubrimiento de que la Geometría era posible en mi clase y que no era necesario llevar las demás herramientas (regla, compás, escuadra, cartabón,…) al aula para conseguir que los alumnos construyeran sobre cualquier triángulo sus puntos y rectas notables y después hicieran un estudio de alguna de las propiedades en torno a ellos.

Con el paso de los años voy descubriendo las “nuevas prestaciones” que me ofrece y me emociona cuando, a través de sus comandos, soy capaz de realizar determinadas construcciones que de otra forma serían inviables por el tiempo y el esfuerzo invertido. Con todo, mi interés se centra en las posibilidades que tienen los alumnos para, utilizándolo, desarrollar sus conocimientos acerca de la Geometría.

nº	Nombre	Definición	Comando
1	Punto A		
2	Punto B		
3	Polígono polígono1	Polígono[A, B, 4]	Polígono[A, B, 4]
3	Segmento a	Segmento [A, B] de Polígono polígono1	Segmento[A, B, polígono1]
3	Segmento b	Segmento [B, C] de Polígono polígono1	Segmento[B, C, polígono1]
3	Punto C	Polígono[A, B, 4]	Polígono[A, B, 4]
3	Punto D	Polígono[A, B, 4]	Polígono[A, B, 4]
3	Segmento c	Segmento [C, D] de Polígono polígono1	Segmento[C, D, polígono1]
3	Segmento d	Segmento [D, A] de Polígono polígono1	Segmento[D, A, polígono1]
4	Punto E	Punto medio de a	PuntoMedio[a]
5	Circunferencia e	Circunferencia que pasa por C con centro E	Circunferencia[E, C]
6	Recta f	Recta que pasa por A, B	Recta[A, B]
7	Recta g	Recta que pasa por D, C	Recta[D, C]
8	Punto F	Punto de intersección de e, f	Interseca[e, f]
8	Punto G	Punto de intersección de e, f	Interseca[e, f]
9	Recta h	Recta que pasa por G perpendicular a f	Perpendicular[G, f]
10	Punto H	Punto de intersección de g, h	Interseca[g, h]
11	Cuadrilátero polígono2	Polígono A, G, H, D	Polígono[A, G, H, D]
11	Segmento a_1	Segmento [A, G] de Cuadrilátero polígono2	Segmento[A, G, polígono2]
11	Segmento g_1	Segmento [G, H] de Cuadrilátero polígono2	Segmento[G, H, polígono2]
11	Segmento h_1	Segmento [H, D] de Cuadrilátero polígono2	Segmento[H, D, polígono2]
11	Segmento d_1	Segmento [D, A] de Cuadrilátero polígono2	Segmento[D, A, polígono2]

Actividad 5: El rectángulo áureo…

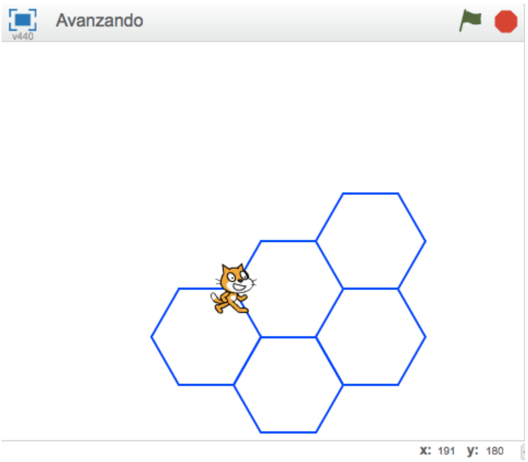
El punto final de mi clase tiene como sustento un rectángulo áureo. Pero mis alumnos no saben qué es. Sospechan que es un rectángulo, pero eso de “áureo” no lo tienen muy claro.

La actividad consiste en proporcionarles el protocolo de construcción de GeoGebra de un rectángulo áureo para que, primero lo construyan con regla y compás, después con el software y, por último descubran, por qué es un rectángulo y por qué es aúreo.

Scracht

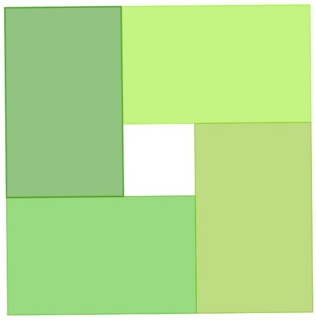
Un gatito muy simpático, que obedece órdenes sencillas, me pareció una buena idea para introducir a mis alumnos en el mundo de la programación. La finalidad última era recorrer determinados objetos geométricos y poner el énfasis en algunas propiedades respecto a las cuales se suele hacer únicamente referencia a su cálculo.

La actividad se introduce realizando, por parejas, una escenificación del recorrido que debería hacer uno de ellos si quisiera que sus pasos describieran la figura geométrica que les presento con las instrucciones que le da el otro. En otras palabras, primero ellos realizan el trabajo que después le ordenarán a Scracht.



Actividad 6: Miro, avanzo y giro

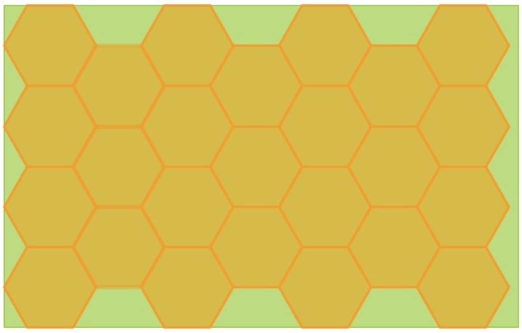
Algunos conceptos matemáticos



Actividad 7: Girando el rectángulo áureo...

El nombre de las isometrías en el plano que trabajaremos en la asignatura no les es ajena, pero cuando les pedí que definieran un giro, una de las respuestas tenía poco que ver con movimientos en el plano y sí con el sentido físico del término.

En la actividad pretendo que analicen sus características tomando como referencia el rectángulo áureo (ya construido) y diferentes puntos y ángulos de giro.



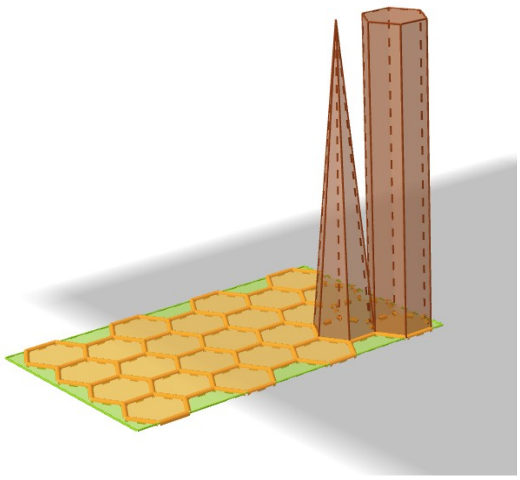
Actividad 8: Cubro el plano con hexágonos regulares.

Primero han construido con cartulina cada uno un hexágono de una determinada longitud.

Se construye ese mosaico sobre una superficie y se trabaja en el concepto.

A continuación se construye con GeoGebra, intentando utilizar el menor número de comandos posible.

Se plantea la posibilidad de realizarlo con Scracht para comparar ambas construcciones.



Actividad 9: Subiendo a la tercera dimensión.

El paso de la segunda a la tercera dimensión no es sencillo.

La mayor parte de los recuerdos son fórmulas del cálculo del volumen de determinados cuerpos geométricos. Y para alguno de ellos un prisma sólo puede tener como base un cuadrilátero.

Sobre el “suelo” construido, se propone levantar prismas, pirámides, … consultando, en primer lugar, los materiales necesarios para su construcción.

El objetivo final es la “construcción” del desarrollo plano del cuerpo geométrico, que muchas veces queda escondido tras las imágenes que aparecen en los libros para usar el pegamento, sin prestar atención exactamente a los elementos que lo componen.

Actividad 10: El reto.

Ahora es el momento de que los alumnos, utilizando las destrezas adquiridas a través de las actividades anteriores, sean capaces de elaborar el diseño de su propia creación y convertirlo en una realidad.

Referencias

Fouz, F. y De Donosti, B. (2005). Modelo de Van Hiele para la didáctica de la geometría. Un *paseo por la geometría*. Recuperado de http://divulgamat.ehu.es/weborriak/TestuakOnLine/04-05/PG-04-05-fouz.pdf

LOS VAIVENES DE LA FORMACIÓN INICIAL DEL PROFESORADO. UNA REFORMA SIEMPRE INACABADA
Francisco Imbernón
María Teresa Colén
Universidad de Barcelona

RUIZ DE GAUNA GOROSTIZA, JOSU, DÁVILA BALSERA, PAULÍ, ETXEBERRIA MURGIONDO, JUAN, SARASUA FERNÁNDEZ, JOXEMARI. LOS LIBROS DE TEXTO DE MATEMÁTICAS DEL BACHILLERATO EN EL PERIODO 1970 - 2005Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa [en linea] 2013, 16 (Julio-Sin mes) : [Fecha de consulta: 9 de noviembre de 2015] Disponible en:<http://www.redalyc.org/articulo.oa?id=33527851005> ISSN 1665-2436

Constance Kazuko Kamii. (1985). Los niños reinventan la aritmética" Implicaciones de la teoría de Piaget. Madrid: Visor Aprendizaje.